

微分法導入時における数式処理電卓の活用

梅野 善雄*

一関工業高等専門学校

1 はじめに

工業高等専門学校では、将来の工業技術者を目指す中学卒業生を対象に5年間の一貫教育が行われており、3年までに微分方程式や2変数関数の微積分までが教授される。

昨年度末に数式処理電卓 TI-89 を1クラス分(45台)を用意することができたので、今年度の2年生の微積分の授業でさっそく使ってみた。電卓の操作にまだ慣れない微分法の導入段階においても、学生は極限や微分の計算結果を電卓を利用して即座に確認することができる。特に、関数のグラフを簡単に見ることができ学生は重宝している。数式処理電卓のフル活用は、微分・積分や微分方程式において相当画期的な理解を学生に与えることのできる題材と思われる。以下では、数式処理電卓を微分法の導入時にどのように利用したかを報告したい。

2 高専の数学の内容

高専用の数学教科書の主流は大日本図書と森北出版である。今年度の2年では大日本図書の「微分積分I」を使用している。4単位の科目で、その内容は以下の通りである。

大日本図書「微分積分I」(田河成長他著) ISBN4-477-00262-9

第1章 微分法

§1 関数の極限と導関数

関数の極限, 関数の連続, 微分係数と導関数, 合成関数の導関数

§2 いろいろな関数の導関数

三角関数の導関数, 逆三角関数とその導関数, 対数・指数関数の導関数

第2章 微分法の応用

§1 関数の変動

平均値の定理, 増減・極値, 最大・最小, 高次導関数, 曲線の凹凸

§2 いろいろな応用

媒介変数表示と微分法, 接線・法線, 不定形の極限值, 速度・加速度

第3章 積分法

§1 定積分と不定積分

*021-8511 一関市萩荘字高梨 一関工業高等専門学校, E-mail: umesan@ichinoseki.ac.jp

定積分の定義と性質，不定積分，定積分と不定積分の関係，定積分の計算

§2 積分の計算

置換積分法，部分積分法，分数関数・無理関数の積分法，三角関数の積分法

第4章 積分の応用

§1 面積・曲線の長さ・体積

図形の面積，曲線の長さ，立体の体積，回転体の表面積

§2 いろいろな応用

媒介変数表示による図形，極座標による図形，変化率と積分，広義積分，数値積分

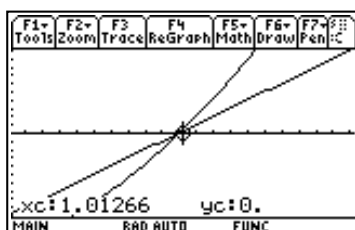
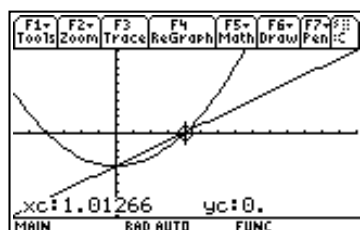
夏休み前には第1章は終えて第2章の応用に入る。後期(10月から)には第3章の積分法に進むことになるが，年度によっては，第4章の後半は3年に持ち越すことがある。

3 グラフ機能の活用例

微分法の最初は，関数の極限值から学ぶ。関数の極限值 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)/g(x)$ は，分数式の性質 $\frac{A}{B} = \frac{A \times C}{B \times C}$ ， $\frac{A}{B} = \frac{A \div C}{B \div C}$ を利用して計算される。ある程度の計算練習で学生はそれを計算できるようになるが，その値の意味をどの程度理解しているのだろうか。

関数の極限值は，通常は導関数を求めるための準備としての意味合いが強い。しかし，極限値の箇所では $x = a$ の付近で2つの関数 $f(x)$ ， $g(x)$ の挙動の違いを比較しているという視点が必要であろう。数式処理電卓を利用すれば，このことを理解させることが可能となる。グラフ機能 \blacklozenge [F3] により $f(x)$ と $g(x)$ とのグラフを表示させ，極限値が有限値の場合に $x = a$ の付近を拡大していけば，2つのグラフはほとんど直線ようになる。それらの傾きの違いを比較させること，あるいはテーブル機能 \blacklozenge [F5] により y 座標の違いを比較させることで，その値の意味に対する理解を深めさせることができる。これは，その後のロピタルの定理の伏線ともなる。

微分係数 $f'(a)$ の箇所も同様であり，その点における接線との関係を拡大していくこと，そしてテーブル機能による値の変化を読み取らせることにより，微分可能ということや変化率としての微分係数 $f'(a)$ の意味について，理解を深めさせることが可能になる。以下は， $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ の場合の例である。 $y1 = x^2 - 1$ ， $y2 = x - 1$ ， $y3 = y1/y2$ としてある。



x	y1	y2	y3
1.	0.	0.	undef
1.001	.002	.001	2.001
1.002	.004	.002	2.002
1.003	.00601	.003	2.003
1.004	.00802	.004	2.004

x=1.
MAIN RAD AUTO FUNC

4 数式処理機能の活用例

TI-89 の数式処理機能の活用例として、次の手順で合成関数の微分法の公式を発見させることを試みた。

- (1) 与えられた関数を、 $y = f(u), u = g(x)$ の形の基本的な関数に分解させる。
- (2) $y = f(u), u = g(x)$ の導関数を自分で計算させる。
- (3) 合成関数 $y = f(g(x))$ の導関数を TI-89 で求めさせる。
- (4) $\frac{dy}{dx}, \frac{dy}{du}, \frac{du}{dx}$ の間の関係を考えさせて、合成関数の微分公式を発見させる。

これらのことに気づかせようとした関数は、 $y = (3x-5)^4, y = \sqrt{3x+4}, y = 1/(4x-3)^3$ などである。この時点で、 $x^n, \sqrt{x}, 1/x^n$ の導関数については学習済みである。

クラスの約半数が $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \frac{du}{dx}$ であることに気づいた。学生に求めたのは2つの関数への分解の場合であったが、3つに分解した場合も同様であることを確認し、自分の発見に「すごい」とほくそえんでいる者もいた。

5 教室だけで利用する場合の問題点

電卓は1クラス分の台数(45台)しかない。複数クラスで利用するには、授業のたびに電卓を教室まで持ち運び配布と回収を繰り返すことになる。つまり、学生は電卓の操作に教室の中だけで習熟しなければならない。単純な計算やグラフを描かせる使い方と違い、微積分の理解を深めさせるための使い方は、電卓のいろいろな機能を複合的に活用する場面が多い。たとえば、3節の極限の場合では、拡大機能 $\boxed{F2}$ 2, テーブル機能 $\boxed{\blacklozenge} \boxed{F5}$, トレース機能 $\boxed{F3}$ などを使用することになる。

教室だけの利用でこれらを使いこなすことを求めるのは、実際にはかなり難しいものがある。スムーズな操作をさせるには使い方を説明した資料が必要であるが、説明が細すぎると説明通りに電卓を操作すること自体が目的になり、肝心の数学部分への関心がおろそかになりかねない。授業が終わると電卓は回収されるので、電卓使用を前提とするプリントは時間内に終わることが必要となる。やり残したプリントを家に持ち帰っても価値はない。しかし、全員が時間内に終わるようにするのは実際には至難の技である。

6 微積分で利用する場合の問題点

微積分では、基本的な関数の性質についての知識をもとに、一般的な関数の性質の調べ方について学ぶ。高専の2年生は、1年の段階ですでに分数関数、無理関数、三角関数、そして指数・対数関数について学習済みであるが、学生の理解は試験のときだけのものに留まることが少なくない。学習時点ではある程度の理解が得られていた内容が、次の学年まで必ずしも持続しない。微積分に関して教師側が理解させたいと思っても、学生は、そ

れ以前の関数そのものの理解でつまづいている場合がある。基本的な関数の知識を前提にできないことは微積分を教える際はかなり根源的な問題である。

1年では具体的な関数について説明されるが、微積分では関数 $f(x)$ に対しての説明となる。しかし、学生は関数記号 $f(x)$ に慣れていない。この記号は1年の因数定理の箇所に現れるだけである。教師側が「関数エフエックス」と言いながら授業しても、学生は「 $f(x)$ とは何ぞや」という部分で疑問を生じている場合がある。

数式処理電卓でいろいろな探究をさせるには、教師側は適切なテーマを学生に与えることが必要となる。そのような微積分のテーマは、グラフを描いたり極値を求める等、総合的な考察を必要とするものが多い。微積分で利用するには電卓の主要機能に習熟していることが不可欠であり、教室だけでの利用でそれを行うには相当の習熟期間が必要である。

7 授業の進度からみた問題点

高専には高校と違い指導要領のようなものは存在しない。教師はわりと自由に授業を行うことができる。しかし、高専の数学は在学中の専門科目で駆使されるため、授業のやり方に自由度はあっても教授内容の取捨選択に対する自由度はあまりない。数学の知識が専門科目で使われる以上、電卓利用の有無によらず、年度末では一定のノルマを達成することが必要となる。このことは中学・高校においても同様であろう。

数式処理電卓を利用した授業には、グラフを表示させて理解を深めさせるような使い方と、学生に体験なり発見をさせて教師がそれをまとめるというスタイルの授業があるであろう。後者の場合は、教師が一方的に授業を行った場合と比べて倍の時間がかかることになる。電卓を使用しない他クラスと同じ進度を保つのは、現実には非常に厳しいものがある。電卓の操作説明や電卓利用の時間をどのようにして捻出すべきなのか。授業の進度等の問題から、十分な効果を上げられるほどの時間がなかなか取れないことには、教師側に相当のジレンマがある。その意味でも、電卓利用を前提とした教科書が早急に望まれる。

8 おわりに

念願の数式処理電卓を1クラス分用意することはできたが、実際に授業をしてみると使い方に関していろいろな問題のあることが分かってきた。特に、教室の中だけでの利用は、この電卓の威力を半減させるものである。

そのような中で、テキサスインスツルメント社は学術研究助成として各国1件程度に電卓の長期貸与を行っていることを知る。さっそく申請したところ幸いにも認められたので、2年生に今年度末までマニュアル付きで貸与することにした。貸与してまだ日が浅いが、学生は毎時間持参して使っている。時間の捻出等に関する問題は長期貸与しても変わらないが、これらの部分をどのように解決すべきか、これからの実践で探してみたい。