

## 数式処理電卓の利用による教育内容の改善について

一関工業高等専門学校  
助教授 梅野善雄

小・中・高の状況についての詳細は把握していないので、本校における改善内容についてのみ報告する。ただし、4月から使用したばかりであり、途中経過としての報告である。現段階では、以下の事項について改善をみた。詳細は、別添え資料を参照されたい。

### 記

#### [1] 学生の意識

数式処理電卓を利用した授業に対する学生のアンケート結果は以下のとおりである。学生の数学に対する意識が著しく向上した。

この電卓を使って、数学が前よりも分かるようになった	42.3%
この電卓を利用すると、数学の理解がさらに深められる	49.3%
この電卓を使って、新しく発見したことがある	49.3%
この電卓を使う授業はおもしろい	46.5%

#### [2] 教師中心から学生中心の授業への転換

この電卓を利用すると、従来は教師が黒板に板書しながら教えていた内容を、学生自身が発見するよう導くことができる。教師中心から、学生中心に大きく転換した授業が可能になった。

#### [3] グラフ機能による理解力の向上

この電卓のグラフ機能を利用すると、数学的に高度な内容も、グラフから一目瞭然の理解をさせることができる。数学的に高度な内容も、従来よりストレートに理解させることが可能になった。

#### [4] 新しい側面からの数学教育の可能性

この電卓を利用すると、数学的な内容について、学生に思考実験や、いろいろな試行錯誤させることができる。その作業は、数学的思考力を著しく進展させる可能性を持つものであり、数学教育にとって全く新しい側面からのアプローチが可能になった。

#### 数式処理電卓を利用した数学教育に関する所見

4月から使用しただけでも、以上のような向上をみた。数式処理電卓を利用した数学教育は、従来の数学教育を大きく変革するものであり、世界ではそのような変革が急速に進展中である。しかし、日本では、この電卓の能力や意義が教育現場に驚くほど知られていない。世界で起きている数学教育の改革に乗り遅れることは、極めて危機的である。

文部省においては、この電卓に関する公聴会のようなものを開催して全貌を把握され、早急な対策を講じられることを要望したい。

# 数式処理電卓の導入による 教育内容(微積分)の改善報告

—平成12年11月7日—

一関工業高等専門学校  
梅野善雄

## 目次

1	はじめに	1
2	数式処理電卓の購入と貸与	1
3	微積分の授業内容	2
4	アンケート結果からみた学生の反応	2
5	試験の成績からみた他クラスとの比較	5
6	授業における実際の利用法	5
6.1	微分と積分の計算練習	5
6.2	極限值 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$	6
6.3	合成関数の微分の公式	7
6.4	定積分の定義	8
7	数式処理電卓を活用した授業の有効性	10
8	数式処理電卓と数学的思考力	10
9	実践上のいろいろな問題点	11
9.1	教室だけでの利用の限界	11
9.2	教授学年	11
9.3	使用教科書	12
9.4	学生の能力差	12
9.5	単純計算時間の省略	12
9.6	教師側の負担と意識革命	12
10	小・中・高における数式処理電卓の利用状況	13
10.1	高専における利用状況	13
10.2	高校における利用状況	14
10.3	中学校における利用状況	14
10.4	小学校での利用状況	14
11	今後の展望と課題	14
11.1	高専教育における数式処理電卓の有効性	15
11.2	教育現場における諸問題	15
11.3	普及促進の主体者	16
11.4	グラフ電卓の製造メーカー	16
12	おわりに	16

## 1 はじめに

はじめに、私と数式処理電卓との関わりについて説明する。私が数式処理可能なグラフ電卓(以下、「数式処理電卓」という)のことを知ったのは2年ほど前のことであった。実際に購入したの平成10年の年末。そして、世界ではグラフ電卓を活用した数学教育の革命が急速に進行中であることを知ったのは、昨年の後半になってからである。

世界の数学教育では、今、大変なことが起きていることを知り、大きな衝撃を受けた。そして、その動きは、すでに10年以上も前に始まっていたのに、そのことが日本の教育現場には何も知らされていないということは、それ以上のショックであった。問題の重大性からみて、この問題が、何故、今まで放置されてきたのか、私には理解できなかった。

まず、最新の数式処理電卓の機能、そして世界で起きているグラフ電卓を活用した数学教育の大きな変革について、広く知ってもらうことが急務であると思って書いたのが、日本数学教育学会高専・大学部会論文誌の論文である。また、この電卓は、工学教育においても画期的なツールであり、工学教育においても活用されるべきであると思って書いたのが、工学教育の論説である。そして、数学教育の関係者のみならず、広く多くの人に知ってもらうことが必要であると感じて書いたのが、読売新聞「論点」への投稿であった。

幸いにも、その論点の内容が文部省の目に留まり、このような問い合わせを受けることをありがたく思う次第である。

この電卓の数学教育上の意義について理解した幾つかの高専数学教官の間では、この電卓の数学教育への活用を図るため「数ナビ活用研究会」を結成しており、昨年度後半からメーリングリストで様々な情報が交換されている。そして、このような数式処理も可能なグラフ電卓を含むハンドヘルドコンピューターは、もはや「電卓」ではなく数学上の「思考のツール」であるということから、「数学ナビゲーター」(略して「数ナビ」)と呼ぼうということなり、学生にもそのように呼ばせている。命名したのは、石川高専の阿蘇和寿教授である。

以下、問い合わせ事項の[1]に回答することを主とし、この電卓の購入後の使用状況(2節)、行っている授業の内容(3節)、学生の反応(4節)、試験成績からみた比較(5節)、授業における実際の使用例(6節)、この電卓の有効性(7節)、数学的思考力との関わり(8節)、実践上の問題点(9節)、小・中・高の状況(10節)、そして今後の展望に関する私見(11節)の順に述べる。そして、「おわりに」において、この電卓に関する公聴会の開催を提言する。

## 2 数式処理電卓の購入と貸与

本校では、テキサスインスツルメント社の数式処理電卓(TI-89)を昨年の年度末に45台購入した。そして、今年4月から、私の担当する2年の微積分の授業(2クラス)で使用している。当初は、授業のたびに電卓を教室まで運んで学生に配布し、授業が終わったら回収するという使い方であった。しかし、使い始めて2週間で、このような使い方では、この電卓の機能を十分に引き出した授業を行うことはできないことが分かった。その理由は以下のとおりである。

- (1) その時間内に基本的な使い方を教えても、時間をおくと操作の仕方を忘れてしまう。数式処理電卓はかなりの多機能であり、教室の中だけの利用で使い方に習熟するのは、実際には相当の期間が必要である。
- (2) 電卓の使用を前提とした教材プリントを作っても、全員が時間内で終わることができるわけ

ではない。そのプリントを家に持ち帰っても、やり残した部分は電卓がない状況では勉強のしようがない。

- (3) この電卓の最大の長所は、「思考のツール」として活用するところにある。しかし、教室の中だけの利用でそのような使い方ができるようになるのは、実際には相当に困難である。

この状況を打開するため、現在は、テキサスインスツルメント社から研究助成として2クラスの数式処理電卓 (TI-89) の貸与を受け、マニュアルつきで学生に貸し出している。貸与期間は今年度中である。

メーカー側の貸与を受けるべきかどうかは相当に悩んだが、この電卓の機能や教育上の意義がほとんど知られておらず、それを活用した教育も皆無に近い日本の現状を考えると、学生個々に所有させた場合には具体的にどのようなことが可能になるのかを、実際の授業で示すことが先決かつ重要であると判断し、貸与を申請することにしたものである。学生には、6月の中旬から貸し出している。

学校で購入した45台の電卓は、4年の応用数学(フーリエ級数)の授業で使用した。また、2年生に貸与したといっても、授業当日忘れてくる者もいるので、それらの学生への貸与用としても利用している。

### 3 微積分の授業内容

微積分の授業では、高専用の数学教科書(大日本図書「微分積分I」、田河成長他著)を利用して

いる。数式処理電卓を利用した授業を行っているところは、日本ではまだ数少ない。石川高専では、昨年度より数式処理電卓 (TI-89) を利用した授業を試行し、今年度は特定のクラスに貸与する形で本格的な活用を試みている。福井高専では、今年度の新入生全員に TI-89 を購入させ、1年の授業で使用している。また、私立の金沢高専では、平成8年度よりグラフ電卓 (TI-83) を新入生に購入させ、数学と物理を融合した新しい試みが行われている。

このように、数式処理電卓を利用した授業は、日本ではまだ始められたばかりであり、授業の指針や他校での長期的な実践例は皆無に近い。したがって、実際の授業は、電卓を具体的にどのような場面でどのように利用させるべきかを、手探りで探し求めながら行わざるをえない。

また、並行する他クラスでは、別な教官が電卓を利用しない通常の授業を行っている。年度末で進度のずれを生じるわけにはいかないので、授業の進行状態を並行する他クラスとほぼ同一レベルに保つことが必要となる。

以上のことから、授業の内容は、既存の教科書の内容を変えずに、できるだけ教科書に添った内容で行っている。その中で、どのような場面でどのような使い方をさせているかの具体例は後述する。

### 4 アンケート結果からみた学生の反応

学生が、この電卓や、それを利用した授業をどのように思っているかを調査するため、7月中旬と10月下旬にアンケート調査を行った。その結果は、次のとおりである。

前節で述べた通り、今のところ教科書の内容に添った使い方をしており、特に教育内容に変更を加えているわけではない。教科書の内容をよく理解させるためのツールとして利用している。

一関高専 2 年生の数式処理電卓 (TI-89) に関するアンケート調査結果  
 上段は平成 12 年 7 月中旬 (74 名)、下段は同年 10 月下旬 (71 名) の調査である。

	はい	どちらでもない	いいえ
数ナビはおもしろい	54.1	36.5	9.5
	64.8	32.4	2.8
数ナビを使うと数学がよけいに分らなくなる	9.5	44.6	45.9
	8.5	35.2	56.3
数ナビを使う授業はおもしろい	39.2	48.6	12.2
	46.5	47.9	5.6
数ナビを使うことにより数学が嫌いになった	4.1	36.5	59.5
	2.8	22.5	74.6
数ナビを使って新しく発見したことがある	37.8	41.9	20.3
	49.3	33.8	16.9
数ナビを使わないで普通の授業をしてほしい	8.1	45.9	45.9
	7.0	47.9	45.1
数ナビを利用すると数学の理解がさらに深められる	45.9	50.0	4.1
	49.3	49.3	1.4
数ナビのおかげで数学が前よりおもしろくなった	28.4	62.2	9.5
	31.0	60.6	8.5
数ナビを使う時間をもっと作ってほしい	29.7	52.7	17.6
	29.6	57.7	12.7
数ナビを使って数学が前より分かるようになった	40.5	48.6	10.8
	42.3	52.1	5.6
数ナビを使うと難しい内容も簡単に見えてくる	35.1	47.3	17.6
	32.4	47.9	19.7
数ナビを使って説明されるとかえって分らなくなる	20.3	35.1	44.6
	9.9	50.7	39.4
数ナビを使うといろいろなことが分かる	68.9	31.1	0.0
	66.2	32.4	1.4

特に、微分法の導入部分でこの電卓を有効活用しようとする、グラフ機能や数式処理機能複合的に使いこなすことが必要であり、それを数式処理電卓を使い始めて間もない者に行わせるのはなかなか大変である。7 月は年度が始まって 4 カ月目になるが、使わせ方に悩んで使用を一時中断していた時期もあるので、7 月の調査時点で学生が実際に触れていたのは実質 1 カ月半程度にすぎない。

こちらにも、この電卓を有効活用した授業を試みようという気負いがあり、学生に電卓のいろいろな機能を使いこなすことを求めすぎた面がある。そのようなこともあり、7 月調査の自由記入欄では「操作が面倒くさい」という声がかかりあった。それにもかかわらずこの表のような結果が得られていることは驚くべきことである。

学生は「操作が面倒くさい」とは思っても、7 月調査 (上段) の結果を見ると、その感想はこの電卓の使用を否定することには必ずしも結びついていない。まだうまく使いこなせないけど「すごい電卓だ」ということを、多くの学生は実感しているのである。さらに、10 月の調査では否定的な意見が半減している。使用し続けることにより、肯定的な意見に変化したであろうことが推察される。

結局、マイナス効果はほとんどないと言っても過言ではないであろう。このように否定的な回答が極端に少ないことは、この電卓に関して世界共通の傾向のようである。

以下に、7月調査時点の学生の生の声を幾つか挙げておく。

#### 電卓使用に肯定的な意見

- 数ナビはとてもおもしろい。ただ、機能が多くて全てを使えるようになるのはいつの日か。全てを使う必要はないのだろうが、授業はとてもたのしかった。数ナビを使うとめんどろな計算や作業に頭を使わなくてすみ問題に集中できる。数ナビはとても便利だ。
- 数ナビがもっと安くなったら購入したいと思う。数ナビを使うことにより、数学が倍以上もたのしくなった。数ナビを使った授業をこれからも続けてほしい。
- これは使える!!と思った。使い方さえ覚えればかなり役に立つでしょう。わざわざ計算とか面倒なのを書かなくてすむし、グラフも概形が分かるのでとっても楽です。いろいろ活用したいです。
- 数ナビを使うことにより理解できた事が少なくない。理解力に欠ける私にとっては必需品といっても過言ではないと思われる。これからもよく活用すると思う。 (最低点の学生)
- 計算機というより、1つのコンピューターを持っている感じで、いろいろな機能に優れているし、入力行に数式を入れENTERを押すと基本画面に式が出て答えが出るので助かる。教科書や問題の答え合わせのヒントになる。
- 数ナビはとても便利で寮でも時々使っています。グラフが描けるのがとてもよく、最大最小がすぐ求められることや、イメージだけではよくわからないグラフもすぐに描けるので、理解するのに助かりました。

#### 電卓操作の難しさを訴える意見

- 簡単なものも分からないまま、数ナビで深く勉強すると何をやっているのかわからなくなる時がある。前より数ナビを使いこなせるようになってきてよかった。
- 便利だとは思うけど使いこなすのが難しい。授業で使うくらいのは頭に入った気がするけど、これ以上を覚えるのはちょっとつらいかも。でも自分でできない計算をしてくれるのはいいと思います。
- 使い方が難しく機能も多いので、覚えるのに時間がかかるけど、何度か使って覚えると、とても便利で良いと思う。数ナビを使うと、グラフについて特によく理解できるのでいいと思う。
- 数ナビでよけい分からなくなることがあるので、混乱するしあると頼りすぎてしまうこともあるし、授業とごっちゃになって分かりにくい。
- 数ナビはさっぱり分からない。でも、教科書の計算だけではグラフなどについて深くふれることができないから難しくて分からなくても、これからも数ナビをがんばって使いこなせるようにしたい。

- 数ナビは使い方をすっかり覚えれば使いやすいのかもしれませんが、まだ覚えていないのでよく分かりません。使い方が分からないのでどんなときにどの部分を使えばいいのかが分かりません。
- めんどくさい。自分で使う時はいいけど、授業にはあまり取り入れないでほしい。

(成績上位の学生)

## 5 試験の成績からみた他クラスとの比較

2年の他の2クラスでは、別な教官が電卓を使わない通常通りの授業を行っている。数式処理電卓を用いた思考力の育成に重点を移した授業は、長期的には学生の数学に対する理解力を向上させることが期待できる。しかし、ややもすると、計算力や電卓を利用しない通常の試験において、その成績が低下するのではないかと懸念する向きもあろう。そこで、数式処理電卓を活用しながら授業した場合との比較のため、他の2クラスを教えている先生にお願いして、試験問題の一部(2枚のうち1枚)を共通問題として実施することにした。

この学年は、入学時からクラス間の学力差がはっきり出ている学年である。中間試験(6月上旬)と期末試験(9月下旬)の微積の共通問題の結果を100点満点に換算すると、以下の通りであった。クラス間の格差を見るため、1年時の成績も示した。「1年数学」は、2科目ある1年の数学の学年末成績の平均である。

私が担当しているのはBとDのクラスである。試験のときは、数式処理電卓の持ち込みは認めない。問題の内容は、微積分の通常行われているような問題である。

クラス	A	B	C	D
1年数学	72.6	70.7	79.9	64.9
中間試験	69.5	68.6	76.1	58.8
期末試験	61.8	69.6	77.2	59.6

期末試験でAクラスの成績だけが下がっているが、他のクラスでは学科間の学力差にほとんど変化がないと言えるであろう。これは、電卓を利用した授業においても、通常の試験で計るという意味での学力は落ちないということ、ある程度示していると思われる。海外の報告をみても同様であり、「電卓の使用により計算力が落ちるのではないか」という危惧は、全くの杞憂と思われる。海外では、長期的には、むしろ計算力が向上することが報告されている。

## 6 授業における実際の利用法

数式処理電卓を、実際の授業の中でどのように利用したかを以下に記す。すべての授業を再現するわけにはいかないの、典型的な使用例の幾つかを紹介する。特徴的なことは、従来は教師が板書をしながら説明していた内容を、電卓を通した思考実験をさせることにより学生自身に見せ、その後通常説明をするということである。

### 6.1 微分と積分の計算練習

数学で数式処理電卓を利用することに対しては、大きな誤解を受けることが多い。微分や積分などの計算を電卓の操作だけで行わせるのではない、それでは工学の学生にとって必要な微積の計算力が身につかないのではない、というものである。



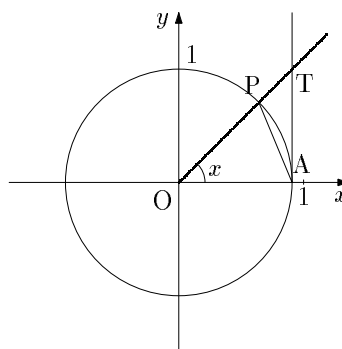
数式処理電卓を学生に貸与して以来、極限値の計算、微分の計算、そして現在は積分の計算を行っている。教科書やプリントの計算問題は、この電卓を使えば即座に答が表示される。しかし、「計算のときに電卓を使ってはいけない」とは一言も言っていないにもかかわらず、電卓の操作だけで計算問題を解こうとする学生は一人もいない。学生は、自分の計算結果の答え合わせとして利用している。「その計算が自分で計算できるようにならなければいけない」ことは、どの学生も当然の如く分きまえているといえよう。

不定積分の計算のときは、電卓による不定積分の計算のさせ方はまだ教えていないにもかかわらず、かなりの学生が電卓を利用していた。不定積分の出し方をすでに知っていたわけではない。自分の答を微分して元に戻るかどうか、微分の計算をして確かめていたのである。従来の授業でも、積分の計算が正しいかどうかを微分して確かめさせてはいたが、それは簡単な場合についてだけである。しかし、数式処理電卓を利用すれば、いつでも結果を微分して確かめることができる。このような目的で電卓を使うことは、微分と積分の関係を正しく身につけるのにも有効と思われる。

## 6.2 極限値 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

教科書の説明の概略

$x \rightarrow 0$  のときを考えるので、 $|x| < \frac{\pi}{2}$  のときを考えれば十分であることに触れた上で、 $0 < x < \frac{\pi}{2}$  の場合を考える。右図のような単位円において角  $x$  の動径を考え、AT は点 A における単位円の接線とする。面積の大小関係は、



$$\triangle POA < \text{扇形 OAP} < \triangle TOA$$

であることから、

$$\sin x < x < \tan x \quad \therefore \sin x < x < \frac{\sin x}{\cos x}$$

$0 < x < \pi/2$  では  $\sin x > 0$  より両辺を  $\sin x$  で割り、さらに、その逆数をとることにより、

$$1 > \frac{\sin x}{x} > \cos x$$

を導く。次に、 $-\frac{\pi}{2} < x < 0$  のときは、 $-x = t$  とおくと  $0 < t < \frac{\pi}{2}$  であり、

$$\frac{\sin t}{t} = \frac{\sin(-x)}{-x} = \frac{-\sin x}{-x} = \frac{\sin x}{x}$$

となることから、 $x < 0$  のときも上の不等式が成立することを導き、その上で、 $x \rightarrow 0$  のとき  $\cos x \rightarrow 1$  であることから、挟み撃ちの原理により

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

を得る。

## 数式処理電卓を利用した説明

この部分は、数式処理電卓を利用して次のような流れの授業を行った。

- (1) 2つの関数  $y = \sin x, y = x$  のグラフをグラフ電卓で表示させる。(図1)
- (2) それを原点を中心として何度か拡大させる。(図2)
- (3) 拡大された画面から、 $\frac{\sin x}{x}$  の値はどのような値であるかを予想させる。
- (4) 使用しているグラフ電卓は、2つのグラフの座標データを即座に表に変換する機能がある。(2)で拡大された画面の座標データを表に変換させる。(図3)
- (5) 表から、 $x \rightarrow 0$  につれて  $y_1 = \sin x, y_2 = x$  の値がどのように変化していくかを考えさせる。
- (6) 次に、 $y_3 = \sin x/x$  の数値も表に同時に表示させ、気づいたことを書かせる。(図3)
- (7) さらに、 $y = \sin f(x), y = f(x)$  の  $f(x)$  をいろいろな関数に変えて、 $f(x) \rightarrow 0$  のとき、 $\sin f(x)/f(x)$  のグラフや値がどのようになるかを考えさせる。

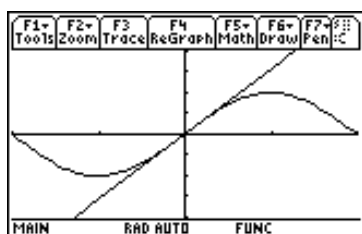


図 1

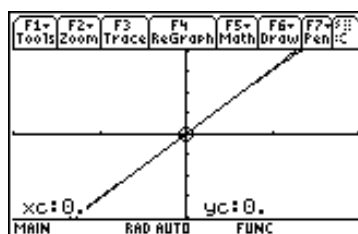


図 2

F1- Tools	F2- Zoom	F3- Trace	F4- ReGraph	F5- Math	F6- Draw	F7- Fen	F8- C
x	y1	y2	y3				
0.	0.	0.	undef				
.01	.01	.01	.99998				
.02	.02	.02	.99993				
.03	.03	.03	.99985				
.04	.03999	.04	.99973				
y1(x) = .029995500202496							

図 3

$$y_1 = \sin x, y_2 = x, y_3 = \sin x/x$$

以上を、学生に数式処理電卓を操作させることにより行った。具体的な人数は調べなかったが、多数の学生が  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$  であることに気づいた。このことに気づかせた後に、通常の説明を行った。

## 6.3 合成関数の微分の公式

### 教科書の説明

合成関数の微分公式は、導関数の定義に基づき、式の変形だけで次のように行われる。

$y = f(u), u = g(x)$  が微分可能のとき、 $x$  の増分に対する  $u$  の増分を  $\Delta u$  とし、それに対する  $y$  の増分を  $\Delta y$  とすると、

$$\Delta u = g(x + \Delta x) - g(x), \quad \Delta y = f(u + \Delta u) - f(u)$$

である。微分可能なら連続であることから、 $\Delta x \rightarrow 0$  のとき  $\Delta u \rightarrow 0$  であることに注意した上で、 $\Delta u \neq 0$  のときは

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta u} \cdot \frac{\Delta u}{\Delta x} = \lim_{\Delta u \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta u} \cdot \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

となることを導き、 $\Delta u = 0$  のときも証明できるとする。

しかし、増分を表す記号である  $\Delta y, \Delta u, \Delta x$  を多数混在させた式による「証明」を行っても、どの程度の学生が真の理解を得たかは疑問である。そして、その後は、とにかく公式であるとして、これに基づいた多数の計算練習を行わせて、この公式の定着を図ることになる。

## 数式処理機能を利用した説明

数式処理機能を利用し、次のような流れで合成関数の微分の公式に気づかせようとした。

- (1) 具体的な関数を、 $y = f(u)$ ,  $u = g(x)$  に2つの関数に分解させる。  
その関数は、 $y = (3x - 5)^4$ ,  $y = \sqrt{3x + 4}$  などである。
- (2)  $y = f(u)$ ,  $u = g(x)$  の導関数を自分で計算させる。この段階で、 $y = x^n$ ,  $y = \sqrt{x}$  の導関数については、すでに学んでいる。
- (3)  $y = f(g(x))$  の導関数を、数式処理機能を利用して求めさせる。
- (4)  $\frac{dy}{dx}$ ,  $\frac{dy}{du}$ ,  $\frac{du}{dx}$  の間にどのような関係があるかを考えさせる。

約半数の学生が  $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \frac{du}{dx}$  に気づいた。中には、3つに分解する場合も同様であることを自分で確かめ、自分の発見に「すごい」とほくそえんでいる学生もいた。このような発見をさせた後で、普通の証明を行った。

## 6.4 定積分の定義

### 教科書の説明

高専用の教科書である大日本図書の「微分積分I」では、積分法の最初に和の極限として定積分を次のように定義する。

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{\Delta x_k \rightarrow 0} \sum_{k=1}^n f(x_k) \Delta x_k$$

次に、 $f(x) = x$  や  $f(x) = x^2$  などの関数について、その和や極限値の計算を具体的に行い、次に定積分の性質と不定積分について説明する。そして、定積分と不定積分の関係として微積の基本定理の証明を行っている。

数学の立場から見ると正統的な説明方法であるが、2年生に定積分を和の極限として理解させることは、実際にはなかなか難しいものがある。それは、理論的な話が連続することもさることながら、そこには1年で学んだ和の記号  $\Sigma$  が現れ、数列の和の公式を知っていなければならず、半年前に学んだ極限値の計算も必要になるからである。

### 数式処理電卓を利用した説明

数式処理電卓の数式処理機能とグラフ機能を複合的に利用して、次の流れで定積分を理解させようとした。関数  $f(x) = x^2$  を区間  $[0, 1]$  で考え、 $n$  等分した場合を考えている。

- (1) 区間  $[0, 1]$  を2等分して、長方形の高さを小区間の右端に対応する  $f(x)$  の値で定めたときの、長方形の面積の和を計算させる。
- (2) 3等分、4等分した場合の計算をさせる。
- (3)  $n$  等分した場合の、長方形の面積の和の式を書かせる。
- (4) 数式処理電卓に  $f(x) = x^2$ ,  $s(n) = \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k}{n}\right) \frac{1}{n}$  を定義して  $s(2)$ ,  $s(3)$ ,  $s(4)$  を表示させる。  
(1) ~ (2) で求めた値と一致することを確認させる。(図4~6)
- (5)  $n = 10, 50, 100, 500$  の場合の  $s(n)$  の値を電卓を利用して分数と少数で求めさせ、表に書き入れさせる。

(6) グラフの表示の仕方を数列用に変更させ、数列  $s(n)$  のグラフを表示させる。  $x = n, y = s(n)$  の場合のグラフが表示される。グラフ上を移動すると、点の座標が下段に表示される。その値が(4)(5)で求めた値と一致することを確認させる。(図7)

(7) グラフの座標データを表で表示させ、(4)(5)と一致することを確認させる。(図8)

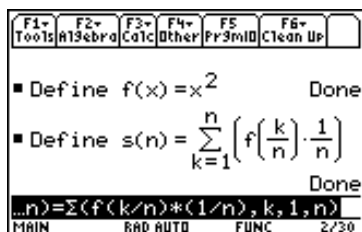


図4

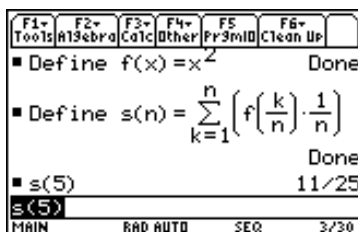


図5

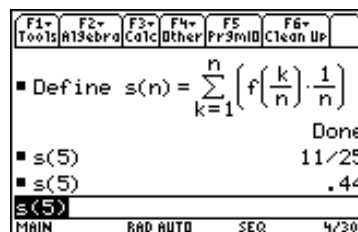


図6

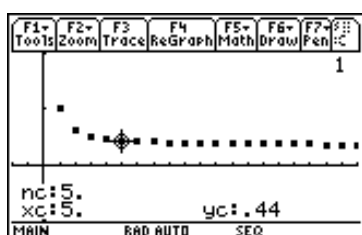


図7

n	u1
1.	1.
2.	.625
3.	.51852
4.	.46875
5.	.44

図8

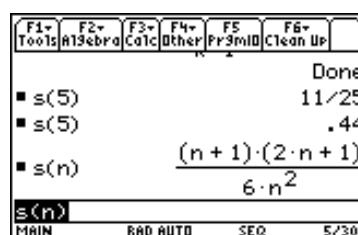


図9

(8)  $s(n)$  を表示させて書き写させ、  $n \rightarrow \infty$  のときの極限值を自分で計算させる。(図9)

(9) 以上のことより、  $\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}$  であることを確認させる。

(10) 同様のことを区間  $[0, x]$  で行わせ、  $s(n, x) = \sum_{k=1}^n f\left(\frac{kx}{n}\right) \frac{x}{n}$ ,  $g(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} s(n, x)$  として、いろいろな  $f(x)$  に対して  $g(x)$  を求めさせ、  $g(x)$  と  $f(x)$  との間になどどのような関係があるかを考えさせる。(図10~12)

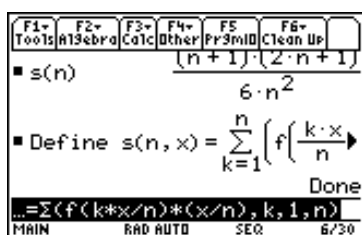


図10

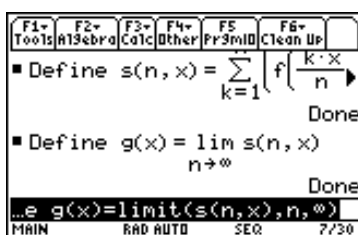


図11

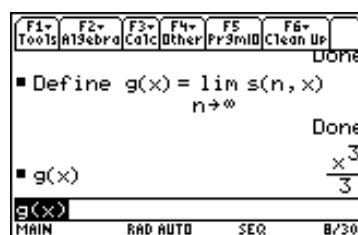


図12

以上の手順により、  $f(x) = x^n$  のとき  $g(x) = \frac{x^{n+1}}{n+1}$  であることに、かなりの学生が気づいた。クラスによっては、  $g'(x) = f(x)$  であることに10名近くが気づいている。この後で、全体をもう一度おさらいする感じで通常の説明を行った。

この部分は手順が多くて若干複雑だったかもしれず、微積の基本定理にまで気づいた者はそれほど多くはなかった。しかし、手順をもう少し工夫して時間を多く取れば、多くの学生が気づくようにさせることも可能と思われる。

## 7 数式処理電卓を活用した授業の有効性

数式処理電卓が数学教育の中でどのような有効性があるかを、前節の例は如実に示している。前節の例は、従来は教師が黒板で一方的に説明する部分である。しかも、その内容について、どの程度の理解が得られたかは不明であり、単に計算公式としての記憶が残るだけの場合が多いのが実態ではないだろうか。

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$  であることは、 $y = \sin x, y = x$  グラフを単に拡大するだけで一目瞭然の理解が得られる。また、区間の分割数を増やすにつれ定積分が収束する様子を見ることが、これまでの数学教育の中で可能であっただろうか。2年生に微積分の基本定理にまで気づかせることが可能なのは、数式処理電卓ならでのことである。

このように、数式処理電卓のグラフ機能や数式処理機能を利用すれば、本来教えられるべき内容をストレートに理解させることが可能であり、しかも、これまで教師が説明していたことを学生自身が気づくように導くことが可能になるのである。世界中で「数学教育の革命」と呼ばれる所以である。

## 8 数式処理電卓と数学的思考力

数式処理電卓を利用すると数学的思考力を重視した教育が可能になると言われるが、このような思考力は使用し始めてすぐに身につくものではない。思考力の伸びを客観的に測定するのは難しいものがあり、これに関する客観的なデータはまだ得ていない。このような能力は、数年単位の長期的な使用により徐々に育成される能力と思われるので、今後も継続的に調査していきたい。

この電卓を利用すると、教科書に記述されている内容を理解するのに有効なばかりではなく、数学的な試行錯誤をすることにより、従来の教科教育法では見落とされていた新しい側面からのアプローチが可能になると思われる。

たとえば、3次関数  $y = x^3 + ax^2 + bx + c$  のグラフを係数  $a, b, c$  を変えながら数式処理電卓で表示させ、係数  $a, b, c$  とグラフの形状との関係について考察させることが可能となる。通常の数学の問題は、いろいろな計算問題や典型的な応用問題を解かせることが多く、自分でいろいろな試行錯誤をして、その中から何らかの規則性を発見させるような課題が出されることはなかった。数式処理電卓を利用させれば、このような課題を出すことが可能になる。

この3次関数の課題について、学生はいろいろな調べ方をしている。

- (1) ある学生は、 $y = x^3 + 2x^2 + 4x + 6$  を基本にして、係数の一つを少しずつ変えながら、どの部分の係数をどう変えるとグラフがどのように変わるかを詳細に調べている。
- (2) ある学生は、 $a, b, c$  の中に0が含まれるかどうかにより、いろいろなケースを細かく分類して調べている。
- (3) ある学生は、 $a, b, c$  の符号のあり方により、いろいろなケースを細かく分類して調べている。
- (4) ある学生は、係数  $c$  はグラフの形状には関係がないことを見抜き、 $y = x^3 + ax^2 + bx$  について調べている。

そして、学生は、具体的には「係数  $a$  が増えると、グラフは山なりになること」「係数  $b$  の部分でグラフの傾きが急になること」「グラフの形状は係数  $b$  の符号で決まること」「係数  $c$  は  $y$  切片であること」などに気づいている。

このような課題を何度も繰り返していけば、数学的思考力が大きく鍛えられるだろうことは十分に予想される。数式処理電卓をそのような目的で5年間利用し続けた場合、一体どのような学生が育つことになるのだろうか。福井高専では、今年度の新入生全員に購入させて授業で活用しているため、彼らの5年後が大いに期待される。

このような利用法で、日本で最も進んだ実践が行われているのは、大阪の有名進学校である私立清風高校においてである。どのような課題を出し、それに対して生徒がどのような回答をしているかはホームページで公開されている。<http://www.seifu.ac.jp/math/>

## 9 実践上のいろいろな問題点

4月から授業で利用してきて感じた実践上の問題点について、以下に述べる。このような問題がありながらも、数式処理電卓が数学教育の歴史上、かつてないほどの革命的なツールであることには何の変わりもない。この電卓の教育現場への普及は早急に押し進められるべきである。

### 9.1 教室だけでの利用の限界

数式処理電卓を利用して「思考力の強化」を図るには、学生に十分な時間が必要である。その思考の過程では電卓のいろいろな機能を使いこなすことが必要であり、教室だけの利用で学生にそれを求めるのは、実際にはなかなか難しいものがある。スムーズな操作をさせるには使い方を説明した資料が必要であるが、説明が細すぎると説明通りに電卓を操作することだけが目的になり、肝心の数学探究部分への関心がおろそかになりかねない。また、教室の中だけの利用では授業が終わると電卓は回収されてしまうので、やり残したプリントを家に持ち帰っても価値はない。電卓使用を前提とするプリントは時間内に終わることが必要となるが、全員が時間内に終わるようにすることは現実には至難の技である。

その意味でも、数式処理電卓は学生一人一人に所持(または貸与)させて自宅でも使える環境にすることが望ましい。いつでも、どこでも、「思考のツール」として数式処理機能を活用できるところが、この電卓の最大の長所である。

### 9.2 教授学年

微分積分の授業では、基本的な関数の性質は熟知していることが前提となる。しかし、必ずしもそれを前提にできないのが現実である。微分積分を理解させようとしても、学生は、それ以前の関数そのものの理解でつまづいている場合がある。基本的な関数の知識を前提にできないことは、微積分を教える際はかなり致命的である。

また、数式処理電卓でいろいろな探究をさせるには、教師側は適切なテーマを学生に与えることが必要となる。微積分のテーマは、グラフを描いたり極値を求める等、総合的な考察を必要とするものが多い。したがって、微分積分でこの電卓を有効利用するには、電卓の機能にある程度習熟していることが必要である。その意味でも、電卓操作の習熟をさせながら微積分の授業をするのは、実際にはなかなか大変なものがある。そのような困難を避けるには、その使い方を1年次から少しずつ習得させながら使用させることが望ましいと思われる。

1年であれば、最初の因数分解の機能を利用させるだけでも、かなりのことを学生に考えさせることができる。たとえば、数式処理電卓を利用して  $x^n - 1$  の因数分解をさせて、自然数  $n$  と因数分解の式の形との関係について考察させると、相当高度の内容にまで学生は気づいてくる。

<http://www.seifu.ac.jp/math/Resources/factor1.pdf>

福井高専での実践では、新入生に数式処理電卓を利用して2次関数  $y = ax^2 + bx + c$  のグラフの特徴について考察させたところ、教師が教えるべき内容のほとんどが学生に指摘されてしまったことが報告されている(同封資料参照)。

### 9.3 使用教科書

日本には、数式処理電卓の利用を前提とした教科書は存在しない。この電卓を利用した授業を行うには、既存の教科書に沿いながら利用するか、あるいは教科書の内容と関係なく独自の教材にもとづいて行うことになる。しかも、電卓を使用しない他クラスとある程度進度をそろえることが必要となる。

電卓を利用するには、「操作説明の時間」+「学生が操作する時間」+「教師がまとめる時間」が必要である。これらの時間を既存の内容をこなしながら捻出するのは、実際には相当に厳しいものがある。既存の教授内容について思い切った取捨選択が必要であるが、同じ学年の特定のクラスだけでそれを行うのは現実にはなかなか難しい。教師は、電卓を利用して学生に伝えたい数学知識と、ある程度の進度を保たねばならない焦燥感との板ばさみに会うことになる。場合によっては、両方が中途半端なものになりかねない。

その意味でも、数式処理電卓の使用を前提とした新しい教科書の作成が望まれる。

### 9.4 学生の能力差

学力差の大きい2クラスで試行しているが、同じ内容のプリント教材で電卓を使わせても、操作の仕方やそれによる内容理解の程度において差が現れる。理解力のある学生は、電卓の使用によりさらに上のレベルの理解を得ることが容易に可能になるが、そうでない者にとっては電卓の操作自体が難儀なことであり、そこで理解させようとしている教師側の意図がなかなか伝わらない傾向がある。それは、電卓の操作自体に対する理解力と、既習の数学自体への理解力の違いによるものではないかと思われる。

クラス間の学力差が大きい場合には、電卓の使わせ方にも配慮が必要である。学力レベルが低いクラスでは、探究活動よりも内容理解を確実にさせる方向の使わせ方が望ましいのではないかと思われる。

### 9.5 単純計算時間の省略

数式処理電卓を利用すれば、単純計算はキー操作だけで解が表示される。しかし、自力である程度の計算ができることも必要であり、そのための練習時間は削るわけにはいかない。つまり、単純計算時間に費やしていた時間をそう簡単に省略することはできない。したがって、そのような計算時間を確保して、なおかつ思考力重視の内容の授業を行うことは、限られた時間の中では実際にはそう簡単ではない。結局は、思い切った内容の取捨選択しかないのではないかと思われる。

### 9.6 教師側の負担と意識革命

この電卓を利用した授業では、どのようなときに、どのように使用させるかをあらかじめ検討することが必要となる。国内には参考になるべき資料はほとんど何もない。米国のグラフ電卓の利用を前提とした教科書を取り寄せてみても、日本の教科書を使わせながらの授業では、そのまま素直に参考になるわけではない。結局は、授業のたびに、どのような使い方をさせるべきか事前の思考実験を行い、それをもとに教材プリントを自作することになる。日常の公務の合間に、こ

れまで行ったこともない授業の準備をするのは、実際にはなかなか大変なものがある。

特に、プリント教材では、電卓の操作説明に関する部分をあらかじめ書き込んでおくことが必要である。プリント作成が間に合わず教室で口頭で説明しても、なかなか全員に伝わるものではない。数式の扱い (TeX が望ましい) や電卓の液晶画面 (tiff, eps 画像) のプリントへの貼りつけができることが理想であるが、このような操作を伴う教材をすべての教員が作成できるわけではない。

高専のみならず、中学や高校などの多くの先生方に使ってもらうには、具体的な教材例を多数提示することが必要になってくるであろう。それには多くの実践例を積み上げることが必要であり、一部の関心を持った教師のみの実践に頼るのは問題がある。多数の多様な学校を含む、教材研究に関する大がかりなプロジェクトが早急に望まれる。

多忙な日常業務の中で、このような新しい授業を一から作り上げる作業を行うには、教師自身の意識にそれなりの必然性が必要である。グラフ電卓を活用した授業は、教師をそこまで駆りたてる何かがある。それは、4 節のアンケートに見られるような学生の反応であり、本来伝えられるべき数学知識を、よりストレートに伝えることができることに対する教師としての喜びである。授業の準備は楽ではないが、それは決して苦痛ではない。むしろ、楽しみながら行うことができる。グラフ電卓の活用は、このような教師自身の意識革命をも同時に引き起こすものである。授業を変えるには、まず教師自身が変わることが必要であり、米国の実践でも、まず教師自身に変化が起きることが報告されている。

## 10 小・中・高における数式処理電卓の利用状況

数式処理電卓の高専における浸透状況はある程度把握しているが、小・中・高における利用のされ方については、残念ながら承知していない。しかし、せっかくの問い合わせであるので、各方面に問い合わせ得た結果について、以下に報告する。

なお、文部省においては、初等中等教育局高等学校課・中学校課の教科調査官である吉田明史事務官が、数式処理電卓の数学教育上の意義や、国内の状況を把握していると聞くので、この件に関する詳細は吉田事務官に問い合わせられるのがよいと思われる。

### 10.1 高専における利用状況

高専における状況はすでに記述しているが、ここに再掲する。

石川高専 昨年度の後半、数式処理電卓 (TI-89) を 1 クラス分購入して授業で試行。年度末にはさらに 1 クラス分を購入。今年度は 2 クラス (1 年と 3 年) に長期貸与して、この電卓を本格利用した授業を実践中である。

一関高専 昨年度、数式処理電卓 (TI-89) を 45 台購入し、今年度の 2 年生の微積分の授業と 4 年の応用数学 (フーリエ級数) の授業で使用。6 月からは 2 クラス分の TI-89 の貸与を受け、明年 3 月まで 2 年の 2 クラスの学生に貸し出し中である。

福井高専 今年度の新入生全員に、数式処理電卓 (TI-89) を購入させた。1 年の全クラスで、この電卓を利用した教育が行われている。

金沢高専 平成 8 年度より、グラフ電卓 (TI-83) を新入生全員に購入させ、数学と物理を融合した総合科目「数物ハンズオン」で活用されている。



他の高専 上記以外の高専で、授業の中で利用している高専があるかどうかは把握していないが、かなり多くの数学教官が、数式処理電卓をすでに購入済みである。

その他 日本数学教育学会高専・大学部会では、今年度の日数教千葉大会において、研究・発表の初日の午前中に数式処理電卓の実践報告会を開催した。ここでは、上記3高専の実践報告が行われると共に、参加者に数式処理電卓 (TI-89) を貸与して、これらの高専教官が中心となった講習も行われた。約50名の参加があり盛況であった。

## 10.2 高校における利用状況

高校で最も進んだ利用をしているのは、大阪の私立清風高校においてである。平成9年度に数式処理電卓 (TI-92) を60台購入。昨年度から理数科 (現3年) の学生に貸与した授業を实践中である。この電卓の利用の普及を図るため、外部の教師向けに定期的な講習会も行われている。詳細は、次の URL を参照されたい。 <http://www.seifu.ac.jp/math/>

大阪の府立高津高校でもグラフ電卓を活用した授業が実践され、その教材が公開されている。 <http://www.asahi-net.or.jp/jz4k-ktok/index.html>

## 10.3 中学校における利用状況

中学校では、岡山大学付属中学校の情報がインターネットで公開されており、数式処理電卓 (TI-92) と CBL を利用した授業が行われている。

<http://www.fuzoku.okayama-u.ac.jp/ml/kyouka/math/denta.html>

信州大学や鳥取大学の教育学部では、中学校での実験授業が行われていると聞く。茨城県や福井県では、教育センターが中心となった講習会が行われ、幾つかの中学校で実験授業が行われているようである。

## 10.4 小学校での利用状況

アメリカでは電卓を利用した教育改革が小学校の算数教育にまで及んでいるようであるが、日本の小学校で本格的な教育用電卓が使われている例はあまり聞かない。

## 11 今後の展望と課題

数式処理機能を持つグラフ電卓は、単なる「電卓」の延長線上の理解で扱われるべきではない。むしろ、数式処理ソフト「マセマティカ」の小型版と理解した方が、この電卓の能力や意義を正しく伝えている。その数式処理能力は極めて高度であり、数式処理ソフトの国際コンペにおいて、数式処理電卓 TI-92 はマセマティカと並んで首位タイになったこともある。

<http://www.ti.com/calc/docs/swh/ti92wins.htm>

しかし、この数式処理電卓の能力や数学教育上の意義は、教育現場では驚くほど知られていない。このような電卓を数学教育に取り入れることに反対する人は、この電卓の機能や意義を理解した上で反対しているのではなく、単なる「電卓」という名称から連想されるイメージで、大きな誤解のもとに異議を唱えているように思われる。特に、数学の場合は、自分の頭で思考することが重要であり、その手助けに電卓を利用することは邪道であるという思いが強いのではないかと推察する。しかし、それは「全くの誤解である」と断言できる。この数式処理電卓を有効に活用すれば、むしろ思考のスピードアップを図ることができ、「思考そのもの」に集中することができる。

ただ、このことを理解してもらうことは、なかなか容易なことではない。以下では、数式処理電卓を数学教育に普及させることに関する幾つかの私見を述べたい。

### 11.1 高専教育における数式処理電卓の有効性

高専では、高校から大学までの数学が教授される。昨今の高校の教授内容の変遷にもかかわらず、大筋では高専創設時の内容がそのまま教授されている。それは、在学中の工学系専門科目で数学が駆使されるため、そこで必要となる数学項目をそう簡単には変更できないからである。そして、専門科目では、単なる数学知識ばかりではなく、数学を使いこなすことが求められる。

このように数学の必要度の高い高専は、数式処理電卓の有効性が最も高く実現できる環境にある。入学時から数学と工学の両面で、この電卓を5年間使い続けた場合、卒業時には学生の能力がどのようなレベルにまで高まるのだろうか。すべてはこれからの実践に依るが、相当すごいレベルの学生が育つだろうことは想像に難くない。

米国では、グラフ電卓を活用した数学教育の改革はすでに10年以上前から始まっているが、数式処理電卓(TI-92)が出現したのは1995年、TI-89は1998年である。学生が個人購入可能な数式処理電卓はTI-89であり、これを数学の授業の中でどのように活用するかは、米国においてもまだ模索中であるという。当然、工学の中での利用法も未開のまま残されているようである。

高専の数学の範囲は、高校から大学までと幅広い。工学系専門科目の内容も大学レベルである。数式処理電卓の必要度や使用頻度が最も高く、その使用期間が最も長いのも高専である。つまり、小・中・高・短大・大学の中で、学生に個人購入させることが可能で、それを数学と工学の両面から活用した教育が可能な学校は、唯一「高専」であるといえる。そして、そこでの実践結果は、高校から大学工学部まで幅広く活用可能である。

以上のことから、数式処理電卓を高専で活用することは、グラフ電卓の利用に関する世界の数学教育の流れに一気に追いつき、さらには工学における利用法まで確立できることになる。この電卓は、まず高専においてこそ普及させるべきである。そのためには、数学の教官のみならず、専門学科の教官にも、この電卓の有効性を啓蒙することが必要であろう。毎年行われる教官研究集会等では、この電卓を活用した教育に関することをテーマとすることを希望したい。

また、学生が個人購入可能であるとはいっても、その価格は決して安価なものではない。米国のバージニア州では、グラフ電卓の購入の可否により教育上の効果に差があってはならないという観点から、州内の全生徒のグラフ電卓を州予算で購入しているという。高専は家計の苦しい家庭の学生も多いので、その購入にあたっては多少なりの補助がなされることが望まれる。

### 11.2 教育現場における諸問題

グラフ電卓を利用した教育を一部の教師が特定の学年や特定のクラスで一時的に行ったとしても、あまり大きな効果は期待できないであろう。少くとも、通年で継続的に使用する体制が必要である。電卓を教室の中だけで使用させ、そのたびに配布と回収を繰り返すやり方も、できれば避けるべきである。個人購入させるか、あるいは長期貸与の形が望ましいと思われる。

また、この電卓を授業で活用しようと思っても、参考となる資料はほとんどない。具体的に、どのような場面でどのような使い方をさせるべきかについて、事前に相当の準備が必要である。慣れ親しんだ従来の教授法を捨て、事前に相当の準備を必要とする新しい教授法を探り当てなければならない。そのような新規の授業を行うことには教師側に相当の覚悟が必要であるが、それに関心を抱いた特定の教師だけで行うのは負担が大きすぎる。

したがって、まず必要なことは、このような数式処理電卓の機能やその教育上の意義を、現場の数学教師に広く啓蒙することである。それは、この電卓に直に触れて、その機能を実感させることが第一であろう。最新の数式処理電卓の機能を知って驚嘆しない数学教師は、おそらくいないであろう。そして、そのような中から、この電卓を授業に取り入れた場合に可能になるであろう授業に思いを馳せ、そこから共同の教材研究がスタートされるべきであろうと思われる。新指導要領やその解説でも、学習の効果を高めるためにグラフ電卓の活用がなされるべきであることが盛り込まれているので、中学や高校でこのような電卓を活用した教育を推進することは、現状の指導要領のままでも可能である。

次には、教室で利用できるだけの電卓を揃えることが必要となる。この電卓は、学生一人一人に所持させて家庭でも自由に使える状態にあることが望ましい。そのような状態を取り得るかどうかである。しかし、中学生や高校の文系志向の生徒に高機能なグラフ電卓を購入させることには、いろいろな問題があるかもしれない。とりあえずは1クラス分(できれば1学年分)の電卓を学校側で用意し、そのつど学生に長期または短期の貸与をして利用させるのが現実的であろう。数式処理電卓は、パソコン数台分の投資(約100万)があれば、1クラス分の台数をそろえることが可能である。昨今はIT革命のことがよく話題に登るが、こと数学教育に関しては、パソコン設備を整えることよりも数式処理電卓を揃えることの方が、はるかに安価かつ有効である。

つまり、教育現場への普及を図るには、現場教員への啓蒙、共同の教材研究、そして生徒が個人利用可能な台数を揃えるための予算上の処置が必要になるとと思われる。

### 11.3 普及促進の主体者

世界におけるグラフ電卓の普及状況を考えると、グラフ電卓の教育現場への普及には、国(文部省)、教育委員会、あるいは学会などが、組織として強い決意で取り組むことが必要である。

しかし、現場でその啓蒙を図るべき教育委員会や教育センターの多くは、最新のグラフ電卓の機能や教育上の意義を正しく認識していないのが実状である。したがって、このようなグラフ電卓の機能や、それを活用するとどのような教育が可能になるかを、各自治体の数学教育に責任のある立場の先生方に啓蒙し、教育現場への普及を強く働きかけることが必要になるとと思われる。

### 11.4 グラフ電卓の製造メーカー

この報告で取り上げているグラフ電卓は、テキサスインスツルメント社の電卓である。「グラフ電卓」を世界で始めて開発したのはカシオであるが、これを米国の数学教育の現場の声をできるだけ取り入れて教育用に改良してきたのはテキサスインスツルメントである。テキサスインスツルメント社はかなり前から数式処理電卓を日本国内でも販売しているが、カシオは先月末(10月30日)に国内販売することを発表したばかりである。したがって、両社の数式処理電卓の性能比較や価格差などについては把握していない。なお、カシオのグラフ電卓のに関するホームページでは、実際の利用法に関する教材例が幾つか例示されている。<http://www.casio.co.jp/edu/>

## 12 おわりに

以上、問い合わせ事項に回答する形で、これまでの実践結果や私の掌握している情報等についてまとめた。世界で起きているグラフ電卓を活用した数学教育の革命は、日本でも十分に起こりうるものである。特に、個人でも購入可能な数式処理電卓が販売されてまだ日が浅いので、数式

処理電卓を活用した数学教育の改革を押し進めることは、世界との差を一気に縮めることを可能にすると思われる。

数式処理電卓を活用した授業は、教師が一方的に「教える」授業から、学生自らが「学ぶ」授業に転換した授業である。この電卓は、学生自身がいろいろな思考実験や数学的な試行錯誤をすることを可能にする。それは、学生の数学に対する興味・関心や能力を大きく進展させる可能性を持つものであり、「事象を数学的に考察し処理する能力を育てる」ことや、「数学的な見方や考え方のよさを認識できるようにする」ための有力なツールであると信じる。また、このような電卓を活用した授業に対する学生のアンケートを見ると、「数学離れ」を食い止めるためのツールとして位置づけることも可能であろう。

しかし、グラフ電卓を活用した教育は、現状では関心を持った一部の教員が実践しているに過ぎない。そのような状況にある理由の多くは、この電卓の機能や教育上の意義がほとんど知られていないことにあると思われる。したがって、この電卓の機能のみならず、世界で「数学教育の革命」が引き起こされていることの意味などについて教育現場に早急な啓蒙活動を行うことが必要と思われる。

また、各地で行なわれている実践を総合的に把握するためにも、「公聴会」のようなものを開催されることを提言したい。そこには、高専のみならず、高校や中学校などの現場で実践を行っている先生方や、大学や国立教育研究所などの研究者を一堂に集めて意見を求めれば、グラフ電卓に関する情報が一度に入手できることになるだろう。是非、ご検討いただきたいと思う。

(以上)