

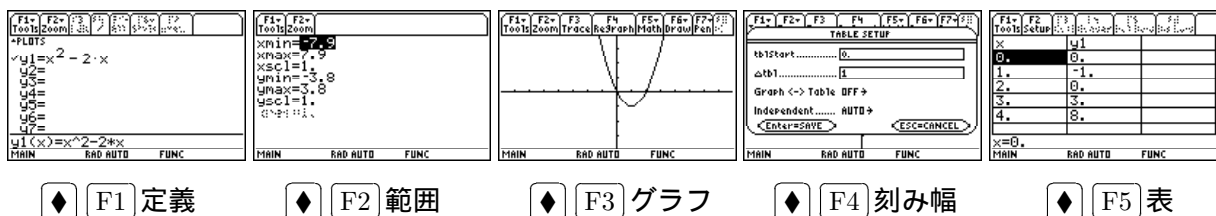
## 第3章 関数のグラフ

### グラフ機能の概要

数ナビは、いろいろな関数のグラフを描画することができます。扱うことのできるのは、 $y = f(x)$  のタイプの関数、媒介変数で表された関数  $x = f(t)$ ,  $y = g(t)$ , 極座標で表された関数  $r = f(\theta)$ , 微分方程式の解曲線, そして、解析学で学ぶ2変数関数  $z = f(x, y)$  のグラフです。横軸に  $n$  を取って数列  $\{a_n\}$  を表示することもできます。

グラフに関する主要な機能は、 $\blacklozenge$  **F1** から  $\blacklozenge$  **F5** のキーにまとめられています。それぞれ、次のような機能をもっています。

- $\blacklozenge$  **F1** (**y =**) 関数の式を定義する。
- $\blacklozenge$  **F2** (**WINDOW**) グラフを描画する範囲や、軸の目盛りを指定する。
- $\blacklozenge$  **F3** (**GRAPH**) グラフを描画する。
- $\blacklozenge$  **F4** (**TBLSET**) 座標を表で表すときの最初の  $x$  や、 $x$  の値の増加幅を指定する。
- $\blacklozenge$  **F5** (**TABLE**)  $x$  座標と  $y$  座標を表で表す。



どのようなタイプの関数を描かせるかは、**MODE** を押すと表示される画面の「Graph」の箇所切り替えます。ここでは  $y = f(x)$  のタイプの関数 (FUNCTION) について説明するので、「FUNCTION」を変更する必要はありません。「Graph」の箇所のそれぞれの項目は、次のような内容になります。

#### 指定できる Graph の詳細

- 1: FUNCTION  $y = f(x)$  のタイプの関数
- 2: PARAMETRIC 媒介変数表示された  $x = f(t)$ ,  $y = g(t)$  のタイプの関数
- 3: POLAR 極座標で表された  $r = f(\theta)$  のタイプの関数
- 4: SEQUENCE 数列  $\{a_n\}$
- 5: 3D 2変数の  $z = f(x, y)$  のタイプの関数
- 6: DIFF EQUATIONS 微分方程式の解曲線

## 注意

以下では、関数  $y = f(x)$  のグラフを描画させるための説明を行っています。いろいろな式の変形や計算などを行わせたいときは、**[HOME]** を押して基本画面に戻ってから行ってください。以下のどの画面からでも、**[HOME]** を押すと基本画面に戻ることができます。

数ナビは関数の式を打ち込めばそのグラフを表示してくれますが、数学の学習で現れる関数のグラフを、自分で考えることなく全て数ナビを利用して表示させたときの数学の試験結果は、容易に想像ができるでしょう。数ナビは、自分で考えたグラフが正しいかどうかの確認のために利用してください。あるいは、自分で考えても分からないときに、グラフの理解を得るために利用してください。数ナビが表示するグラフを見て、「なぜ、そのようなグラフになるか」を自分で考えて理解することが重要です。

## 3.1 関数の定義

関数の式の定義 **[F1]**

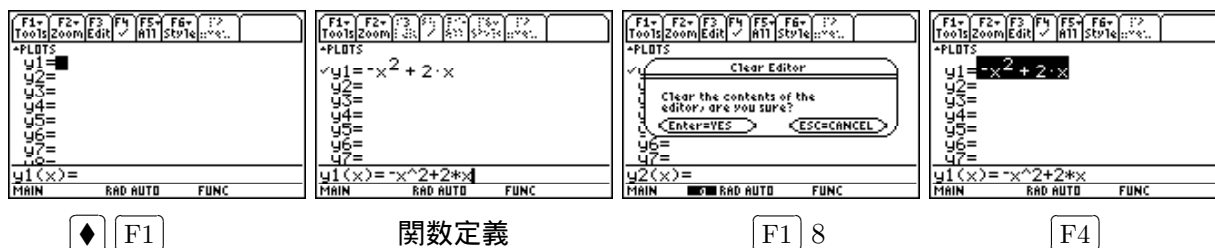
関数の式を定義するには **[F1]** を押します。  $y_1, y_2, \dots$  が表示されます。この画面を関数定義画面といいます。最大で 99 個の関数を定義して、1 つの画面にグラフを表示させることができます。式の定義は、一番下の入力行で行います。まず、  $y_1, y_2, \dots$  のどこに定義するかを **[▲]**、**[▼]** で選択し、**[ENTER]** を押すとカーソルが入力行に移動します。

入力行に移動したら、そこに  $x$  の式を入力します。 $y =$  の部分は入れる必要はありません。たとえば、  $y = -x^2 + 2x$  を入れて **[ENTER]** を押してください。指定した箇所の式が表示されます。最初のマイナスは引き算ではなくを符号なので、**(-)** を利用します。  $x^2$  は  $x$  **[^]** 2 です。

## 式の変更と削除

一度定義した関数を変更するには、定義済みの関数を黒く反転させて **[ENTER]** を押すと、その式が入力行に入るのでその式を変更して **[ENTER]** を押します。入力行で修正しただけでは、修正が反映されないの注意してください。

定義した関数を削除するには、**[▲]**、**[▼]** でその関数を黒く反転させて **[←]** か **[CLEAR]** を押します。すべての関数を一気に削除するには、カーソルを上側の画面にある状態で **[F1]** 8 **[ENTER]** を押します。間違っ全部を消してしまうことを避けるため、このキーを押すと本当に消してよいかの確認を求められます。小さな字で表示される英文をよく読んでください。**[ENTER]** を押すことで全部の式が削除されます。

左側の  $\checkmark$  印

上の画面の式を見ると、左側に  $\checkmark$  印がついていることに注意してください。次の段階でグラフを描画させるキーを押すと、この  $\checkmark$  印がついた関数のグラフが描画されます。**[F4]** を押すことで、こ

の  $\surd$  印を外したり付けたりすることができます。その関数の式を黒く反転させて  $\boxed{F4}$  を何度か押し、このことを確認してください。

## 3.2 グラフ描画

グラフ描画  $\blacklozenge$   $\boxed{F3}$

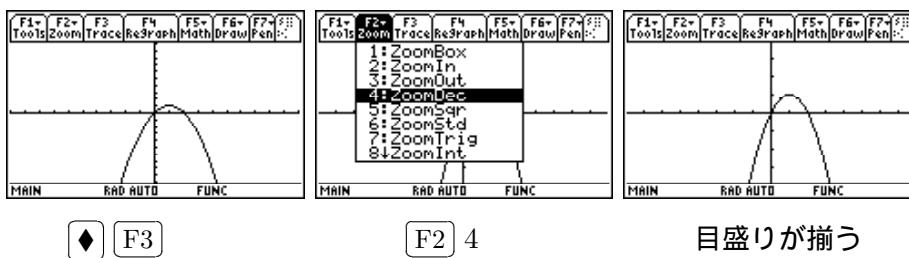
グラフを描画するには、まず関数の式が定義されている必要があります。定義した式の左側に  $\surd$  印が付いていることを確認してください。以上のもので  $\blacklozenge$   $\boxed{F3}$  を押すと、グラフが描画されます。この画面をグラフ画面といいます。

目盛りを揃える  $\boxed{F4}$  4

標準では、横長の画面に縦横とも同じ目盛りで表示されるため、グラフが縦に詰まって表示されず。グラフは、縦横の目盛りの間隔が揃っている方が見やすいです。グラフが表示されている状態で  $\boxed{F2}$  (Zoom) を押してください。このメニューを通すと、特定の箇所を拡大したりすることができます。縦横の目盛りを揃えるには、「4:ZoomDec」を選択します。とにかく、グラフが縦につぶれていたり、エラーなどでうまく表示されないときは「 $\boxed{F2}$  4 を押す」として覚えておいてください。これを押すことで、 $x, y$  の範囲は自動的に  $-7.9 \leq x \leq 7.9$ ,  $-3.8 \leq y \leq 3.8$  に設定され、目盛りは 1 刻みとなります。

再描画  $\boxed{F4}$

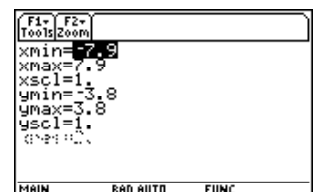
指定した関数のグラフが描画される様子をもう一度見たいときがあります。すでにグラフが表示されている状態で  $\blacklozenge$   $\boxed{F3}$  を押しても、グラフはそのままです。もう一度描画させ直したいときは  $\boxed{F4}$  (regraph) を押します。グラフが一旦消えて、再描画されます。



## 3.3 画面範囲の指定

画面範囲の指定  $\blacklozenge$   $\boxed{F2}$

画面の範囲は、自分で自由に変更することができます。 $\blacklozenge$   $\boxed{F2}$  を押すと、現在の画面の範囲が表示されます。この画面をウィンドウ・エディター といいます。ここに書かれている数値は、 $\blacktriangledown$   $\blacktriangle$  で該当項目に移動して自由に変更してかまいません。

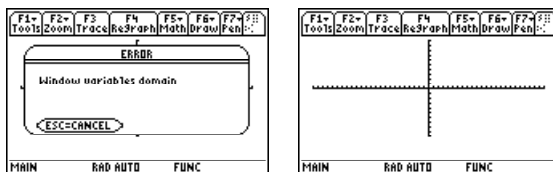


$xmin, xmax$  は  $x$  軸の範囲、 $ymin, ymax$  は  $y$  軸の範囲です。 $xscl, yscl$  では  $x$  軸と  $y$  軸の目盛 (scale) の間隔を指定できます。ただし、 $xmin < xmax$ ,  $ymin < ymax$ ,  $xscl > 0$ ,  $yscl > 0$  となるように指定してください。また、 $xmin, ymin$  などが負数のときは、先頭のマイナスには  $\boxed{(-)}$  を利用してください。

## エラー画面

範囲設定を誤るとエラー画面が表示されます。

**[ESC]** か **[ENTER]** を押すとエラー画面が消え、今度は座標軸だけの画面が現れます。**[F2]** 4 を押してください。強制的に  $-7.9 \leq x \leq 7.9$ ,  $-3.8 \leq y \leq 3.8$  の範囲に変更されます。



このような軸だけの画面が表示されるときは、範囲の設定を間違えて  $x_{\min} > x_{\max}$  か、 $y_{\min} > y_{\max}$  などになっているときです。あわてずに **[F2]** 4 を押してください。

## 画面の解像度

数ナビは、定義された関数をもとに、 $x$  の値を少しずつ変えながら  $y$  の値を計算し、求めた点  $(x, y)$  を線で繋いでグラフを描いています。標準では、2 ドットごとに  $(x, y)$  を求めています。これが「 $x_{\text{res}} = 2$ 」の意味です。この値は 1 から 10 までの範囲で設定できます。

「 $x_{\text{res}} = 1$ 」にするとグラフの解像度 (resolution) は高まりますが、計算時間が余計にかかるので、描画スピードは逆に遅くなります。意図的な目的がない限り、「 $x_{\text{res}} = 2$ 」の箇所は特に変更する必要はありません。

## 3.4 座標を表で表示

◆ **[F3]** を押すと関数  $y = f(x)$  のグラフを見ることができますが、 $x, y$  の具体的な数値を見たいときもあります。そのようなときは◆ **[F5]** を押します。 $x$  座標と  $y$  座標の具体的な値を表 (table) として表示させることができます。実際の数値をまとめて見たいときに利用するとよいでしょう。

x	y
0.	0.
1.	1.
2.	0.
3.	-3.
4.	-8.

画面では 5 行分しか表示されませんが、▲▼ を押すことで、幾らでも表示することができます。複数の関数を定義しているときは、◀▶ を押すことにより、同じ  $x$  の値に対する関数の値の違いを知ることができます。

表示される値は、表の横幅に応じて四捨五入されて表示されますが、カーソルのある位置の詳細な値は入力行に表示されています。

## 3.5 表の設定変更

◆ **[F5]** を利用して座標を表で表すとき、標準では  $x = 0$  の箇所から  $x$  の値を 1 ずつ増やした表が作成されます。この  $x$  の初期値と刻み幅は自由に変更することができます。それを行うのが、◆ **[F4]** を押すと現れる画面です。

「tblStart」は、表を表示するときの最初の値です。「 $\Delta\text{tbl}$ 」は、 $x$  の値を幾らずつ増加させるかを指定する値です。これらの数値を変更したら、変更を確定させるため **[ENTER]** を 2 回押してください。

たとえば、「tblStart = 1」として「 $\Delta\text{tbl}$ 」の値を小さく取れば、 $x = 1$  の近くの状況がどのようになっているかを数値の上から知ることができます。 $\Delta\text{tbl}$  の値は小さい値である必要はありません。

大きく取れば、大局的な状況を知ることができます。

### 3.6 グラフ画面での諸機能

数ナビは単にグラフを表示するだけではありません。グラフが表示されている状態で、そのグラフに関して様々なことを知ることができます。たとえば、以下のような機能があります。

- F3 トレース機能 点の座標を表示しながら、グラフ上を移動する。
- F2 ズーム機能 グラフの特定の範囲を指定して、その部分を拡大する。
- F5 数学機能 グラフに関して、次のものを求めることができる。  
 $x$  軸との交点, 最大値・最小値, 接線の方程式, 変曲点, 微分係数の値  
 範囲を指定した定積分の値, 曲線の長さ, 2つのグラフの交点の座標

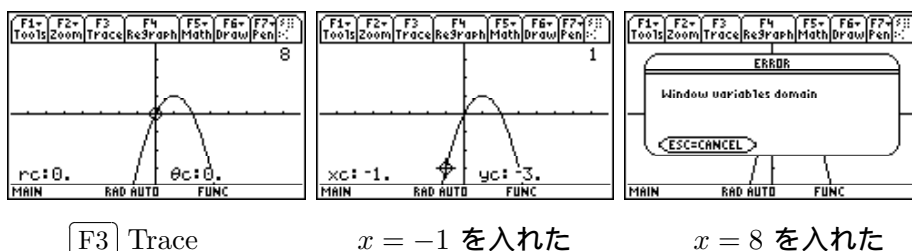
#### 3.6.1 トレース機能

グラフが表示されている状態で F3 を押すと、グラフの中央にカーソルが点滅して下段にその点の座標が表示されます。◀ ▶ を押すことで、カーソルはグラフ上を移動します。複数のグラフが表示されているときは、▲ ▼ を押すことで、グラフ間を移動することができます。

カーソル移動は移動幅が半端な値で移動するので、知りたい点の座標がうまく表示されないかもしれません。そのようなとき、知りたい点の  $x$  座標の値を直接打ち込んで ENTER を押すと、その点に直接飛ぶことができます。この作業は、カーソルが点滅しているときは何度でも繰り返すことができます。ただし、負数を打ち込むときは (-) を利用します。

ここで打ち込むことのできる値は、画面に表示されている範囲内の値です。画面から外れた  $x$  の値を打ち込むと「Windows Variables Domain」というエラー画面が表示されます。たとえば、F2 4としてグラフを表示させていると  $-7.9 \leq x \leq 7.9$  となるので、 $x = 8$  を打ち込むとエラーとなります。ESC か ENTER を押すとエラー画面が消えます。

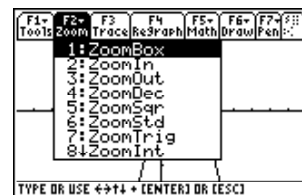
$x$  座標は画面内にあっても、 $y$  座標が画面の範囲内にはないときは、下段に座標が表示されていてもカーソルは画面外にあるので表示されません。また、個々の座標を表としてまとめて表示させるには、◆ F5 を押ししてください。



#### 3.6.2 ズーム機能

グラフが表示されている状態で F2 を押すと、右図のようなメニューが表示されます。このメニューを利用することで、グラフ全体の拡大・縮小や、グラフの特定部分だけの拡大などを行うこと

ができます。ここにあげたものを全て覚えておく必要はありません。さしあたっては、グラフを表示させるときは **F2** 4 を押すということと、**F2** 1 により長形状の部分を拡大できることが分かれば十分です。



### ZoomDec **F2** 4

グラフが表示されていて画面の縦横の目盛りが違うときには、「4: ZoomDec」を選択すると目盛りの間隔を揃えることができます。エラー画面が出てグラフがうまく表示されないときも、**F2** 4 を押してください。x, y が  $-7.9 \leq x \leq 7.9$ ,  $-3.8 \leq y \leq 3.8$  の範囲でグラフを表示します。

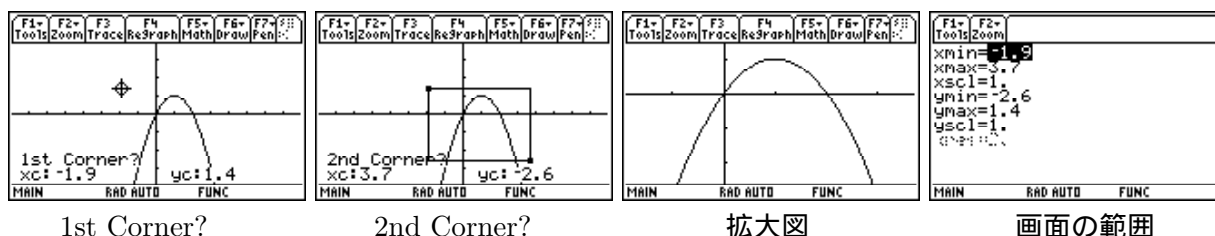
### ZoomBox **F2** 1

「1: ZoomBox」を選択すると、表示されているグラフで、自分の指定した長形状の箇所を拡大表示させることができます。それには、長方形の対角線の向き合う2点を指定する必要があります。

まず、拡大したい長形状の部分をイメージしてください。最初に「1st Corner?」と問われるので、**▲ ▼ ◀ ▶**を利用して、拡大したい部分の長方形の頂点の1つを指定して **ENTER**を押します。**2nd**を押しながらやると移動量が大きくなりスムーズに移動できます。

次には「2nd Corner?」と問われるので、同じように **▲ ▼ ◀ ▶**を利用して、最初に指定した頂点と対角線の反対側にある点を指定して **ENTER**を押します。

以上により、指定された長方形の内部の部分が画面一杯に拡大表示されます。残念ながら前の状態の戻ることはできません。**F2** 4 を押して、最初の状態からやり直すことになります。



### ZoomIn **F2** 2

「2: ZoomIn」を選択すると、グラフ全体を拡大することができます。表示されている画面の中央でカーソルが点滅するので、**▲ ▼ ◀ ▶**を利用して拡大の中心を指定して **ENTER**を押すと、全体が拡大されます。ただし、拡大後に元の画面に戻すことはできません。**F2** 4 で最初の状態に戻ってやり直してください。

また、目盛りは自動的につけられるので、画面をみただけではどのような範囲で表示しているか分からないときがあります。そのようなときは、**◆ F2**を押すことで表示画面の範囲を知ることができます。

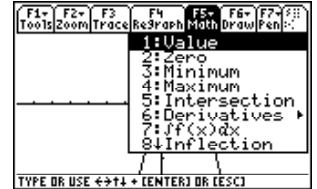
### ZoomOut **F2** 3

「3: ZoomOut」を選択すると、グラフ全体を縮小することができます。表示されている画面の中央でカーソルが点滅するので、**▲ ▼ ◀ ▶**を利用して縮小の中心を指定して **ENTER**を押すと、全体が縮小されます。ただし、縮小後に元の画面に戻すことはできません。**F2** 4 で最初の状態に戻ってやり直してください。

また、目盛りは自動的につけられるので、画面をみただけではどのような範囲で表示しているかわからないときがあります。そのようなときは、 $\blacklozenge$   $\boxed{F2}$  を押すことで表示画面の範囲を知ることができます。

### 3.6.3 数学機能

グラフが表示されている状態で  $\boxed{F5}$  を押すと、右図のようなメニューが表示されます。このメニューを通して、 $x$  軸との交点の座標や、指定した点の接線の方程式など、様々な数学上の事柄を求めることができます。ここにあげたものは、2年や3年で学ぶ微分積分の内容も含ま



れています。単に、機能を網羅的に説明しているだけなので、まだ学んでいない学習内容の機能については無視してください。使う頻度が高いと思われるのは、 $x$  軸との共有点です。 $\boxed{F5}$  2 の機能については覚えておいた方が良いでしょう。

#### $y$ 座標の値 Value $\boxed{F5}$ 1

「1: Value」を選択すると、 $x$  座標を指定して対応する  $y$  座標を表示させることができます。「Eval  $x=?$ 」と問われるので、 $x$  の値を打ち込んで  $\boxed{ENTER}$  を押すと、下段に  $y$  座標を表示して、対応する点に移動してカーソルが点滅します。

カーソルが点滅している間は  $x$  の値を打ち込んで  $\boxed{ENTER}$  を押す作業を何度でも繰り返すことができますが、画面の横幅を越えた  $x$  の値を打ち込むとエラーが表示されます。基本的には、 $\boxed{F3}$  のトレース機能と同等の機能です。

$y$  座標の値を知るだけであれば、このメニューによらずとも、 $\boxed{HOME}$  を押して基本画面から求めることができます。たとえば、関数が  $y1$  に定義されているとき、 $x=2$  の値を知りたいのであれば、入力行(一番下の行)で  $y1(2)$   $\boxed{ENTER}$  とするだけです。

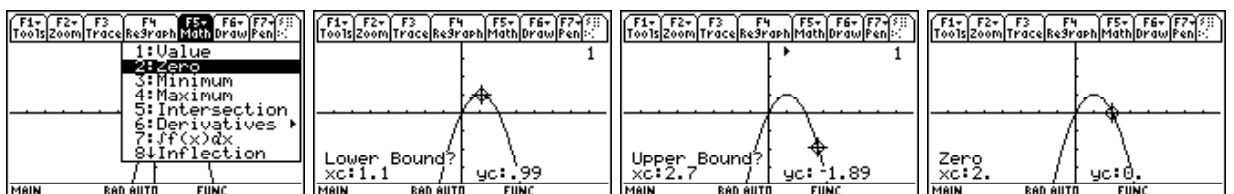
#### $x$ 軸との共有点の座標 Zero $\boxed{F5}$ 2

「2: Zero」を選択すると、グラフと  $x$  軸との共有点の座標を求めることができます。そのために、まず共有点がどの範囲にあるかを指定する必要があります。指定する範囲は、その中に共有点が1つだけあるように指定します。グラフ上を  $\blacktriangleleft$   $\blacktriangleright$  で移動して、左側と右側を指定します。

最初に「Lower Bound?」と聞かれるので、 $\blacktriangleleft$   $\blacktriangleright$  で共有点の ちょっと左側 にカーソルを移動して  $\boxed{ENTER}$  を押します。 $\boxed{2nd}$  を押しながらやると移動量が大きくなります。

次に、「Upper Bound?」と聞かれるので、 $\blacktriangleright$  でカーソルを共有点の ちょっと右側 に移動して  $\boxed{ENTER}$  を押します。Lower は小さい方、Upper は大きい方、Bound は端ということです。

「Zero」が表示され、カーソルが  $x$  軸との共有点に移動して下段にその座標が表示されます。下図は、右側の共有点を求めようとした場合の図です。どの共有点の座標を求めたいのかは、このようにして自分で数ナビに教える必要があります。なお、この図の程度は、自分で見抜いてください。



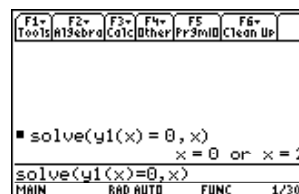
F5] 2

Lower Bound?

Upper Bound?

Zero Point

この機能を利用した共有点の座標は、すべて小数表示で示されます。式としての正確な値を求めるには、[HOME]を押して基本画面に戻り[F2] 1の「solve」を利用してください。その場合、[F1]で定義した関数の式をそのまま利用してかまいません。たとえば、 $y_1$ に定義した関数のグラフと $x$ との共有点を求める場合には、[F2] 2としてから「solve( $y_1(x) = 0, x$ )」とすれば、共有点の座標が求められます。



グラフと $x$ 軸との共有点を求めることは、いろいろな問題を考えるときは頻出すると思います。すべてを数ナビを利用して求めて、その結果を書き写すような使い方はしないでください。まず、自分で計算で求めて、その確認のために利用してください。「 $x$ 軸との共有点の座標を求めるには、 $y = 0$ となる方程式を解けばよい」というのは理解している、ということが大前提です。

手計算で求めるのが大変な場合、たとえば $x^3 - 3x - 1 = 0$ の解を求めなければならないようなときは、数ナビの機能を手計算で時間をロスすることなく、積極的に活用してかまいません。

最小値と最大値 [F5] 3, 4

[F5] 3を選択すると、グラフ上の指定した範囲における $y$ の最小値を求めることができます。[F5] 4を選択すると最大値が求められます。

それを求めるには、まず、求めたい最小値や最大値を含む範囲を指定します。範囲指定のやり方は、 $x$ 軸との共有点を求めるときの操作と同様です。その範囲内に最小値や最大値が1つだけであるように指定する必要があります。

まず、「Lower Bound?」が表示されるので、[◀] [▶]で範囲の左端にカーソルを移動して[ENTER]を押します。次に「Upper Bound?」が表示されたら、[▶]で範囲の右端に移動して[ENTER]を押します。そうすると、指定された範囲の最小値または最大値を取る点にカーソルが移動し、その点の $x$ 座標と $y$ 座標が下段に表示されます。

2つのグラフの交点の座標 Intersection [F2] 5

[F5] 5を押すと、複数のグラフが表示されているとき、その共有点の座標を求めることができます。最初に、どのグラフの共有点を求めるか、2つのグラフを指定します。「1st Curve?」では、[▼] [▲]でグラフの間を移動して1つ目のグラフ上にカーソルを移動して[ENTER]を押します。表示されているグラフが2つだけのときは、グラフを移動する必要はありません。単に[ENTER]を押すだけです。

次に、「2nd Curve?」と表示されるので、同じように[▼] [▲]で2つ目のグラフに移動して[ENTER]を押します。グラフが2つだけのときは、単に[ENTER]を押すだけです。

その後は、 $x$ 軸との共有点や最小値のときと同様に、2つのグラフの共有点が1箇所だけであるように範囲を指定します。「Lower Bound?」では[◀] [▶]で移動して共有点を含む範囲の左端を指定して[ENTER]、「Upper Bound?」では共有点を含む範囲の右端を指定して[ENTER]を押します。

以上を指定すると、カーソルは自動的に求める共有点に移動して、その座標を下段に表示します。

その座標は小数值で表示されます。分数や根号などを含む形で求めたいときは、[HOME]を押して基本画面に戻り、[F2] 1の「solve」機能を利用した連立方程式の解法によってください。



微分係数・接線の傾き Deivative **F5** 6

**F5** 6 を押すと、指定した  $x$  の箇所に対応するグラフ上の点における接線の傾き (微分係数) を表示します。指定した  $x$  の値における導関数  $dy/dx$  の値が微分係数です。

関数の導関数や微分係数の値を求めるだけであれば、このメニューを通すことなく基本画面 (**HOME**) から求めることができます。たとえば、関数の定義画面で定義した  $y1$  の導関数を求めるのであれば、基本画面で **2nd** **8** により  $d(y1(x), x)$  とします。その導関数の  $x = a$  のときの値を求めたいのであれば、 $d(y1(x), x) | x = a$  とすることで求められます。「|」は **|** です。

定積分  $\int f(x) dx$  **F5** 7

**F5** 7 を押すと、指定した  $x$  の範囲における定積分の値を表示します。「Lower Limit?」では定積分の下端を、「Upper Limit?」では定積分の上端の値を指定します。その範囲で  $x$  軸と囲まれた部分に斜線が引かれて、下段に定積分の値が表示されます。

なお、定積分の値を求めたいだけであれば、**HOME** を押して基本画面に戻り、**2nd** **7** により  $\int(y1(x), x, a, b)$  とするだけです。

変曲点 Inflection **F5** 8

**F5** 8 を押すと、指定した  $x$  の範囲における変曲点の座標を表示します。

2点間の距離 Distance **F5** 9

**F5** 9 を押すと、指定した2点間の距離を下段に表示します。

接線 tangent **F5** A

**F5** A を押すと、指定した  $x$  の値に対応するグラフ上の点での接線を描画して、下段にその接線の方程式を表示します。

曲線の長さ Arc **F5** B

**F5** B を押すと、指定した2点間の曲線の長さを下段に表示します。

## 3.7 グラフ機能のまとめ

以下に、よく利用されると思われるグラフ機能をまとめておきましょう。

- 関数を定義する  $\Rightarrow$  **◆** **F1**
- グラフ上を動く  $\Rightarrow$  **F3** で **◀**, **▶** を押す
- 描画範囲を見る・指定する  $\Rightarrow$  **◆** **F2**
- グラフを描画する  $\Rightarrow$  **◆** **F3**
- グラフを再描画する  $\Rightarrow$  **F4** を押す
- 表の始点や刻み幅を指定する  $\Rightarrow$  **◆** **F4**
- $y$  座標を求める  $\Rightarrow$  **F3** を押しカーソルが点滅状態で  $x$  の値を指定して **ENTER** を押す
- グラフの  $x, y$  座標を表にする  $\Rightarrow$  **◆** **F5**
- $x$  軸との交点  $\Rightarrow$  **F5** 2 で交点の前後を指定
- 描画する関数を指定  $\Rightarrow$  **◆** **F1** の画面で、**▲** **▼** で関数を指定し **F4** で  $\surd$  印つける
- 最小値の座標  $\Rightarrow$  **F5** 3 で左端と右端を指定
- 長方形指定でグラフを拡大  $\Rightarrow$  **F2** 1
- 最大値の座標  $\Rightarrow$  **F5** 4 で左端と右端を指定
- 標準座標でグラフを描画  $\Rightarrow$  **F2** 4 を押す
- 2つのグラフの交点  $\Rightarrow$  **F5** 5 で、2つのグラフを指定してから交点の前後を指定する

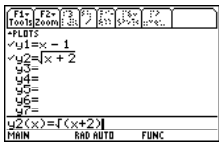
### 3.8 グラフ機能の練習

$y = \sqrt{x}$  のグラフを学んでいる場合は、グラフ機能の練習として次のことを行ってください。

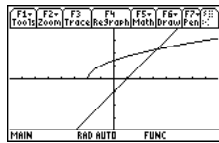
- (1)  $y1 = x - 1$ ,  $y2 = \sqrt{x + 2}$  を定義して、2つのグラフを表示させよ。
- (2) 描画範囲が  $-3 \leq x \leq 5$ ,  $-2 \leq y \leq 3$  となるように変更せよ。
- (3)  $y2$  のグラフだけが表示されるように変更せよ。
- (4) トレース機能で、 $y2 = \sqrt{x + 2}$  のグラフ上を移動せよ。
- (5) (4) において、 $x = 3$  のときの  $y$  座標を表示させよ。
- (6)  $y1$  と  $y2$  の2つのグラフが表示されるように戻せ。
- (7) トレース機能で、同じ  $x$  に対応する  $y$  座標の大小関係に注意して、2つのグラフ上を移動せよ。  
 $y1 > y2$  となるのはどの付近か？
- (8)  $x$  に対応する2つの  $y$  座標を、表として表示させよ。
- (9) 表の左上の  $x$  の値が1,  $x$  の刻み幅が0.1となるようにせよ。
- (10) 表の上からは、 $y1 > y2$  となるのは  $x$  がどのようなときか。
- (11) 2つのグラフを、再度、表示させよ。
- (12) 2つのグラフの交点付近を、拡大せよ。
- (13) 2つのグラフの交点の座標を、グラフ機能を利用して求めよ。
- (14) 2つのグラフの交点を自分で計算して確認せよ。

[操作] キー操作は、次のような手順となります。

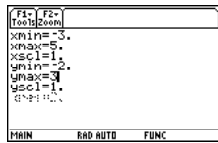
- (1)  $\blacklozenge$  [F1] と  $\blacklozenge$  [F3]
- (2)  $\blacklozenge$  [F2]
- (3)  $\blacklozenge$  [F1] で  $y1$  の  $\sqrt$  を [F4] ではなく
- (4)  $\blacklozenge$  [F3] とし、[F3] で  $\blacktriangleleft$   $\blacktriangleright$  で移動
- (5) (4) の状態で3 [ENTER]
- (6)  $\blacklozenge$  [F1] で  $y1$  に [F4] で  $\sqrt$  をつける
- (7) [F3] として  $\blacktriangle$   $\blacktriangledown$  で移動。 $x > 3.3$  付近。
- (8)  $\blacklozenge$  [F5]
- (9)  $\blacklozenge$  [F4] で, tblstart = 1,  $\Delta$ tbl = 0.1
- (10)  $\blacklozenge$  [F5] で  $\blacktriangledown$  で下方を調べる。 $x > 3.4$
- (11)  $\blacklozenge$  [F3]
- (12) [F2] 1 とし、交点付近で ZoomBox
- (13) [F5] 5(Intersection)。 $x = 3.30278$
- (14)  $x - 1 = \sqrt{x + 2}$  を解く。 $\frac{3 + \sqrt{13}}{2} \doteq 3.30278$



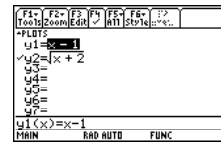
(1) の定義



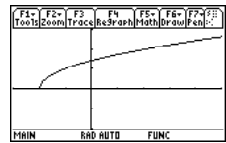
(1) のグラフ



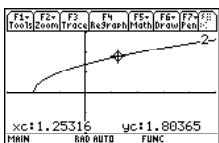
(2) 範囲変更



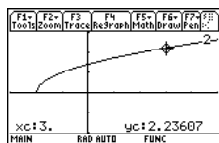
(3) チェックを取る



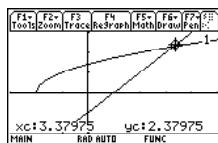
(3) のグラフ



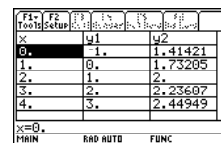
(4) トレース



(5)  $x = 3$



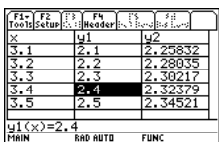
(7)  $y1 > y2$  の付近



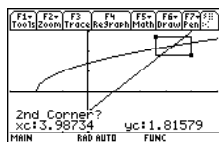
(8) 表で表示



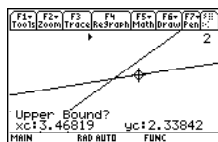
(9) 刻み幅変更



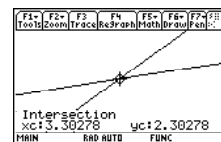
(10)  $y1 > y2$  の箇所



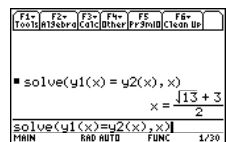
(12) 交点付近拡大



(13) [F5] 5



(13) 交点の座標



(14) [F2] 1

### 3.9 関数記号 $y = f(x)$ の取り扱い

数学では、関数を表す記号として  $f(x)$  がよく利用されます。この記号を数ナビに記憶させることができます。次の2通りの定義の仕方があります。

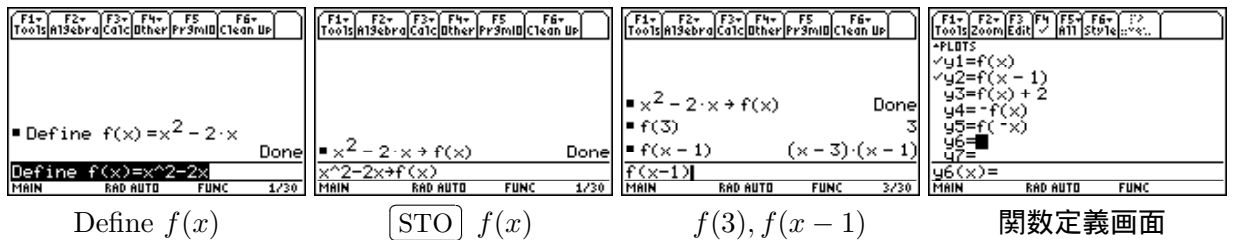
(1) **[F4]** の利用

基本画面で **[F4]** **[ENTER]** とすると「Define」と表示されるので、その後続けて、たとえば「Define  $f(x) = x^2 - 2x$ 」として **[ENTER]** を押します。Define と  $f(x)$  の間には空白が必要です。最初から空白が空いているので、その空白を削除しないでください。 $f(x)$  の  $f$  は **[alpha]** キーを利用します。関数を区別するためのものなので「f」である必要はありません。 $g(x)$  として定義してもかまいません。Define は「定義する」ということ意味です。これだけの操作で、数ナビに  $f(x) = x^2 - 2x$  が定義されたこととなります。

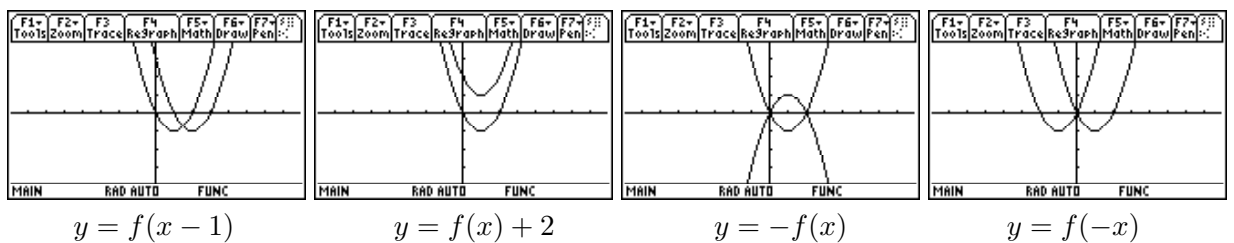
(2) **[STO]** の利用

もう一つの定義の仕方は、基本画面の入力行(一番下の行)で、いきなり  $x^2 - 2x$  を打ち込んでから、「 $x^2 - 2x$  **[STO]**  $f(x)$  **[ENTER]**」とすることでも定義できます。

このようにして定義した  $f(x)$  は、通常の計算で自由に利用することができます。たとえば、 $f(3)$  は  $f(3) = 3^2 - 2 \cdot 3 = 3$  です。また、 $f(x - 1) = (x - 1)^2 - 2(x - 3) = x^2 - 4x + 3 = (x - 1)(x - 3)$  となります。関数定義画面 **[F1]** で使うこともできます。



基礎数学 II で関数のグラフの平行移動や対称移動を学習するときは、このようにして  $f(x)$  を定義して、その関数に対して **[F1]** の関数定義画面で  $y1 = f(x)$ ,  $y2 = f(x - 1)$ ,  $y3 = f(x) + 2$ ,  $y4 = -f(x)$ ,  $y5 = f(-x)$  などを定義してグラフを表示させると、平行移動や対称移動の理解に役立つと思われます。



### 3.10 幾つかの挑戦課題

数ナビのグラフ機能を積極利用しているいろいろな関数のグラフを次々に表示させていくこと、関数の式とグラフとの関係に何らかの気づきを得ることができます。

微分法を利用すると、関数のグラフを描画するための一般的な方法を学びますが、それをまだ学んでいない1年生の場合、次のような問題を考えてみてください。数ナビを利用することで、関数の式とグラフとの間の関係について何らかの気づきを得ることが可能です。

#### 挑戦課題(4) $y = x^3 + ax^2 + bx$ のグラフ

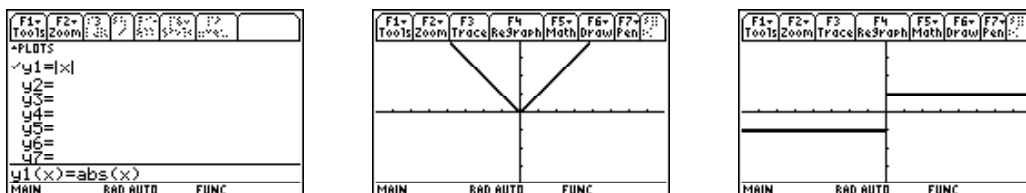
係数  $a$ ,  $b$  の値をいろいろ変えながらグラフを表示させてください。係数がどのようなとき、グラフはどのようになるでしょうか。 $a$ ,  $b$  の間の関係とグラフの形状との関係について考えてください。グラフに山や谷が現れるのは、 $a$ ,  $b$  がどのような関係にあるときでしょうか。

#### 挑戦課題(5) $y = (x - a)(x - b)(x - c)$ のグラフ

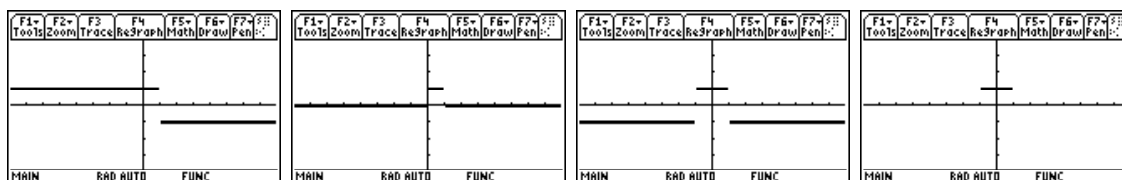
係数  $a$ ,  $b$ ,  $c$  の値をいろいろ変えながら、そのグラフを表示させてください。係数がどのようなときに、そのグラフはどのようになるでしょうか。 $a$ ,  $b$ ,  $c$  の間の関係とグラフの形状との関係について考えてください。グラフの山や谷になっている部分を求められないでしょうか。

#### 挑戦課題(6) 絶対値を含む関数のグラフ

$x$  の絶対値  $|x|$  は、数ナビでは  $\text{abs}(x)$  として指定します。このとき、 $y = \frac{|x|}{x}$  はどのようなグラフになるかイメージできますか。 $x < 0$  のときは、 $|x| = -x$  なので  $y = \frac{-x}{x} = -1$  であり、 $x > 0$  のときは、 $|x| = x$  なので  $y = \frac{x}{x} = 1$  となります。



このように、絶対値を含む式を利用することで、いろいろなグラフが表示されます。次のようなグラフが表示されるようにするには、式をどのように定めればよいかを考えてください。なお、ここでのグラフは、太線で強調して示されています。



#### 挑戦課題(7) $y = \frac{1}{x^2 + ax + b}$ のグラフ

係数  $a$ ,  $b$ ,  $c$  の値をいろいろ変えながら、そのグラフを表示させてみてください。係数がどのようなときに、そのグラフはどのようになるでしょうか。 $a$ ,  $b$ ,  $c$  の間の関係とグラフの形状との関係について考えてみてください。

このマニュアルは、独立行政法人日本科学技術振興会の平成22年度～24年度科学研究費補助金 基盤研究(C) 課題番号 22500830 (研究代表者：梅野善雄) の支援を受けて作成されたものです。